

# MATEMATIKA I

## 1. ZADACI ZA VJEŽBU

1.) Odredite vrstu krivulje drugog reda i skicirajte ju:

- (a)  $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$
- (b)  $x^2 + y^2 - 20y + 84 = 0$
- (c)  $9x^2 + 4y^2 - 18x + 16y - 11 = 0$
- (d)  $25x^2 - y^2 + 150x - 4y + 196 = 0$
- (e)  $y^2 - 4y - 6x - 2 = 0$
- (f)  $y^2 + 2x + 2y + 9 = 0$
- (g)  $x^2 + 2y^2 + 6x - 12y + 23 = 0$
- (h)  $2x^2 + 3y^2 - 4x + 12y + 8 = 0$
- (i)  $2x^2 - y^2 + 4x + 4y - 6 = 0$
- (j)  $y^2 - 6x - 6y - 27 = 0$

2.) Riješite jednađbe:

- (a)  $|x| + x = 1$
- (b)  $\frac{x}{1 + |x|} = 2$
- (c)  $|2x - 1| = 3$
- (d)  $|x| = |x + 2|$
- (e)  $|2x - 1| + |3x - 2| = 5$
- (f)  $|x - 3| - |x + 2| = 5x$
- (g)  $2|6 - x| - 3|2x + 5| = 1$
- (h)  $5x + |2x - 1| + |1 - x| = 3$
- (i)  $\left| \frac{x}{x+1} \right| - \left| \frac{2x}{1+x} \right| = -1$
- (j)  $\left| \frac{x-3}{x+2} \right| = \frac{x-3}{x+2}$
- (k)  $\left| \frac{x+1}{2x} \right| + \left| \frac{3-x}{2x} \right| = 5$
- (l)  $|x+1| - |x| + 3|x-1| - 2|x-2| = |x+2|$

3.) Riješite nejednađbe:

- (a)  $|x| \leq 3$
- (b)  $|x-1| \geq 3$
- (c)  $|3x-5| > 10$
- (d)  $|x-2| < 2x-10$

- (e)  $|2x - 1| > x - 1$   
 (f)  $|x + 3| - |2x + 1| \geq 0$   
 (g)  $|x - 1| < |2x - 1|$   
 (h)  $x + |x - 2| + |3x + 1| \leq 5$   
 (i)  $|2x| - |5x + 3| \geq 1$   
 (j)  $3|x + 2| - |4 - x| > 2$   
 (k)  $2|x - 3| - |x - 1| \leq 5$   
 (l)  $\left| \frac{x + 2}{x - 1} \right| \geq 1$   
 (m)  $\left| \frac{-5}{x + 2} \right| < \left| \frac{10}{x - 1} \right|$   
 (n)  $\frac{3|x| - 2}{|x| - 1} > 2$

4.) Riješite nejednadžbe:

- (a)  $\frac{x + 3}{x^2 + 4x} \geq 0$   
 (b)  $\frac{2x - 1}{2x - x^2} < 0$   
 (c)  $\frac{x^2 + x + 2}{x^2 - 4x + 3} < 0$   
 (d)  $\frac{-x^2 + 6x - 10}{x^2 + 4x - 5} < 0$   
 (e)  $\frac{3x^2 - x + 2}{x^2 - 2x + 3} \leq 2$   
 (f)  $\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 4x + 3} < -3$   
 (g)  $\frac{4x - x^2}{x^2 - x - 2} \leq 0$   
 (h)  $\frac{x + 25}{20 + x - x^2} \geq 2$   
 (i)  $\frac{x - 11}{x^2 - 2x - 15} < 0$   
 (j)  $\frac{2 - x}{2x^2 + x - 1} \geq 0$   
 (k)  $\frac{-2x^2 + 3x + 2}{x + 3} \leq 0$

Rješenja:

1.) (a)  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$  (b)  $x^2 + (y-10)^2 = 16$  (c)  $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1$  (d)  $\frac{(x+3)^2}{1} - \frac{(y+2)^2}{25} = 1$  (e)  $(y-2)^2 = 6(x+1)$  (f)  $(y+1)^2 = -2(x+4)$  (g)  $\frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{2} = 1$  (h)  $\frac{(x-1)^2}{3} + \frac{(y+2)^2}{2} = 1$  (i)  $\frac{(x+1)^2}{2} - \frac{(y-2)^2}{4} = 1$  (j)  $(y-3)^2 = 6(x+6)$

2.) (a)  $x = \frac{1}{2}$  (b) nema rješenja (c)  $x_1 = -1, x_2 = 2$  (d)  $x = -1$  (e)  $x_1 = -\frac{2}{5}, x_2 = \frac{8}{5}$  (f)  $x = \frac{1}{7}$  (g)  $x_1 = -\frac{13}{2}, x_2 = -\frac{1}{2}$  (h)  $x = \frac{1}{2}$  (i)  $x = -\frac{1}{2}$  (j)  $x \in (-\infty, -2) \cup [3, \infty)$  (k)  $x_1 = -\frac{2}{5}, x_2 = \frac{2}{5}$  (l)  $x \in (-\infty, -2] \cup [2, \infty)$

3.) (a)  $x \in [-3, 3]$  (b)  $x \in (-\infty, -2] \cup [4, \infty)$  (c)  $x \in (-\infty, -\frac{5}{3}) \cup (5, \infty)$  (d)  $x \in (8, \infty)$  (e)  $x \in \mathbb{R}$  (f)  $x \in [-\frac{4}{3}, 2]$  (g)  $x \in (-\infty, 0) \cup (\frac{2}{3}, \infty)$  (h)  $x \in [-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}]$  (i)  $x \in [-\frac{2}{3}, -\frac{4}{7}]$  (j)  $x \in (-\infty, -6) \cup (0, \infty)$  (k)  $x \in [0, 10]$  (l)  $x \in [-\frac{1}{2}, \infty) \setminus \{1\}$  (m)  $x \in ((-\infty, -5) \cup (-1, \infty)) \setminus \{1\}$  (n)  $x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

4.) (a)  $x \in (-4, -3] \cup (0, \infty)$  (b)  $x \in (0, \frac{1}{2}) \cup (2, \infty)$  (c)  $x \in (1, 3)$  (d)  $x \in (-\infty, -5) \cup (1, \infty)$  (e)  $x \in [-4, 1]$  (f)  $x \in (1, \frac{3}{2}) \cup (2, 3)$  (g)  $x \in (-\infty, -1) \cup [0, 2) \cup [4, \infty)$  (h)  $x \in (-4, -\frac{5}{2}] \cup [3, 5)$  (i)  $x \in (-\infty, -3) \cup (5, 11)$  (j)  $x \in (-\infty, -1) \cup (\frac{1}{2}, 2]$  (k)  $x \in (-3, -\frac{1}{2}] \cup [2, \infty)$

## 2. ZADACI ZA VJEŽBU

1.) Izračunajte determinante:

$$(a) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 4 \\ 4 & -1 & 4 & -1 \end{vmatrix}$$

$$(b) \begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 & 5 \\ 5 & -5 & -5 & 4 \\ 2 & 2 & -1 & -1 \\ 3 & 5 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$(c) \begin{vmatrix} 6 & 4 & 2 & 0 \\ 6 & 0 & 2 & 3 \\ 12 & -6 & 2 & 6 \\ 0 & -6 & -3 & 3 \end{vmatrix}$$

$$(d) \begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 & 3 \\ -2 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -3 \\ 7 & 2 & 5 & -1 \end{vmatrix}$$

$$(e) \begin{vmatrix} -3 & -1 & 2 & 4 \\ 10 & 1 & -5 & -4 \\ 2 & 2 & 0 & -8 \\ 4 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(f) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 & -2 \\ 6 & 4 & -1 & 0 \\ 9 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$(g) \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 7 \\ 4 & -1 & 4 & 4 \\ 2 & -2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(h) \begin{vmatrix} -2 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & 1 & -2 \\ 2 & 9 & 3 & -3 \\ 4 & 4 & 2 & -5 \end{vmatrix}$$

$$(i) \begin{vmatrix} 5 & -5 & -3 & 4 & 2 \\ -4 & 4 & 3 & 6 & 3 \\ 3 & -1 & 5 & -9 & -5 \\ -7 & 7 & 6 & 8 & 4 \\ 5 & -3 & 2 & -1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$(j) \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

2.) Nađite inverzne matrice sljedećih matrica i provjerite ispravnost rješenja:

$$(a) A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(b) A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & 5 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(c) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(d) A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(e) A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 2 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

3.) Nađite rang sljedećih matrica:

$$(a) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 8 & 12 \\ 2 & 7 & 11 \end{bmatrix}$$

$$(b) A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 16 & 1 \\ 1 & 6 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(c) A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 & 1 \\ 3 & -2 & 4 & -1 \\ 1 & 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(d) A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 5 & 5 \\ 1 & 10 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(e) A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 10 & 1 \\ 8 & 7 & 17 & 3 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(f) A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ -3 & 4 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(g) A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 & 4 & 0 & -2 \\ 2 & 2 & -3 & 5 & 1 & 0 \\ 5 & -7 & 12 & 2 & -2 & -6 \end{bmatrix}$$

$$(h) A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & -2 & -2 \\ -2 & -5 & 8 & -4 & 3 & -1 \\ 6 & 0 & -1 & 2 & -7 & -5 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

4.) Riješite sustave linearnih jednadžbi:

$$(a) \begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 &= 0 \\ 9x_1 + 5x_2 + 7x_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$(b) \begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 2x_3 &= 5 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 12 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 &= -4 \end{aligned}$$

$$(c) \begin{aligned} x_1 - x_2 + 3x_3 &= 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 &= 0 \\ 2x_1 - 6x_2 + 5x_3 &= 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$(d) \begin{aligned} 2x_1 + x_2 - x_3 &= 5 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 &= -1 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 &= -2 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{(e)} \quad \begin{array}{r}
 x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 7 \\
 -x_1 + x_2 + 4x_3 = -8 \\
 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 1 \\
 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 = -6
 \end{array} \\
 \\
 \text{(f)} \quad \begin{array}{r}
 x_1 + 4x_2 - x_3 = -8 \\
 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1 \\
 -2x_1 - 3x_2 + x_3 = 7 \\
 7x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 2
 \end{array} \\
 \\
 \text{(g)} \quad \begin{array}{r}
 x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 6 \\
 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 2 \\
 -3x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = -8
 \end{array} \\
 \\
 \text{(h)} \quad \begin{array}{r}
 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\
 -2x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = -3 \\
 5x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -2 \\
 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 0
 \end{array} \\
 \\
 \text{(i)} \quad \begin{array}{r}
 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\
 x_1 - x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 0 \\
 3x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \\
 6x_1 + 3x_2 - 7x_4 = 0
 \end{array} \\
 \\
 \text{(j)} \quad \begin{array}{r}
 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 7 \\
 \quad \quad 3x_2 - 3x_3 - x_4 = 6 \\
 x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 3x_4 = 7 \\
 2x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 = 0
 \end{array} \\
 \\
 \text{(k)} \quad \begin{array}{r}
 x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 3x_4 = -8 \\
 -x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 2 \\
 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 6 \\
 -2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2
 \end{array} \\
 \\
 \text{(l)} \quad \begin{array}{r}
 x_1 - 3x_2 + x_4 - 4x_5 = 0 \\
 x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 1 \\
 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0
 \end{array}
 \end{array}$$

*Rješenja:*

- 1.) (a) -24 (b) 200 (c) 252 (d) -70 (e) 16 (f) 26 (g) -5 (h) 136 (i) -84  
(j) 8

$$\begin{aligned}
2.) \text{ (a) } A^{-1} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{8} & -\frac{11}{8} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{8} & \frac{5}{8} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{8} & \frac{13}{8} \end{bmatrix} & \text{ (b) } A^{-1} &= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -\frac{5}{3} & 2 & -\frac{10}{3} \\ -\frac{2}{3} & 1 & -\frac{4}{3} \end{bmatrix} \\
\text{ (c) } A^{-1} &= \begin{bmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -8 & 6 & -5 \\ -7 & 5 & -4 \end{bmatrix} & \text{ (d) } A^{-1} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{19} & -\frac{1}{19} & -\frac{3}{19} \\ \frac{9}{19} & \frac{10}{19} & \frac{11}{19} \\ -\frac{13}{19} & -\frac{25}{19} & -\frac{18}{19} \end{bmatrix} \\
\text{ (e) } A^{-1} &= \begin{bmatrix} -\frac{5}{2} & 1 & -\frac{3}{2} \\ \frac{5}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$3.) \text{ (a) } r(A) = 2 \text{ (b) } r(A) = 2 \text{ (c) } r(A) = 3 \text{ (d) } r(A) = 3 \text{ (e) } r(A) = 2 \\
\text{ (f) } r(A) = 3 \text{ (g) } r(A) = 2 \text{ (h) } r(A) = 3$$

$$\begin{aligned}
4.) \text{ (a) } x_1 = t, x_2 = t, x_3 = -2t \ (t \in \mathbb{R}) & \text{ (b) } x_1 = 6, x_2 = 9, x_3 = -8 \\
\text{ (c) } x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0 & \text{ (d) } x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = -1 \text{ (e) } x_1 = -1, \\
x_2 = -1, x_3 = -2 & \text{ (f) sustav nema rješenja (g) } x_1 = 6 + t, x_2 = -2 - t, \\
x_3 = -2, x_4 = t \ (t \in \mathbb{R}) & \text{ (h) sustav nema rješenja (i) } x_1 = \frac{5}{3}t, x_2 = -t, \\
x_3 = -\frac{2}{3}t, x_4 = t \ (t \in \mathbb{R}) & \text{ (j) } x_1 = -1 - t, x_2 = 2 + t, x_3 = t, x_4 = 0 \\
\text{ (k) } x_1 = 0, x_2 = -2, x_3 = -2, x_4 = 6 & \text{ (l) } x_1 = \frac{3}{10} - t - \frac{1}{5}s, \\
x_2 = \frac{1}{10} - \frac{7}{5}s, x_3 = -\frac{1}{2} - 4s, x_4 = t, x_5 = s & \text{ (} t, s \in \mathbb{R} \text{)}
\end{aligned}$$



## 3. ZADACI ZA VJEŽBU

Nađite područje definicije sljedećih funkcija:

$$1.) f(x) = \frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$2.) f(x) = 1 - \sqrt{1 - x^2}$$

$$3.) f(x) = \frac{1}{\sqrt{|x| - x}}$$

$$4.) f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\ln(1-x)}$$

$$5.) f(x) = \ln\left(\frac{x-4}{x+2}\right) + \sqrt{4-3x-x^2}$$

$$6.) f(x) = \ln\left(\frac{2+x}{2-x}\right)$$

$$7.) f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} x}$$

$$8.) f(x) = \sqrt{x^2 + 4x - 5} \cdot \log_2(x+1)$$

$$9.) f(x) = \frac{x^2 - 4 + \ln(-x)}{1 + \sqrt{x^2 - 4}}$$

$$10.) f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{3-x} + e^{\frac{1}{x}}$$

$$11.) f(x) = \sin(\ln(2x-1))$$

$$12.) f(x) = \arcsin\left(\frac{x}{4}\right)$$

$$13.) f(x) = \sqrt{3-x} + \arcsin\left(\frac{3-2x}{5}\right)$$

$$14.) f(x) = \arcsin\left(\log\left(\frac{x}{10}\right)\right)$$

$$15.) f(x) = \frac{\arccos(x-2)}{\log(5-2x)}$$

$$16.) f(x) = e^{\frac{\sqrt{x^2-9}}{\ln(x+5)}}$$

$$17.) f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3} + \sin \sqrt{x} + \frac{1}{\operatorname{arctg}(5x - 20)}$$

$$18.) f(x) = \log\left(\frac{1-2x}{\sqrt{x^2-2x-3}}\right) + \sqrt[3]{\sin(2x)}$$

$$19.) f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt[5]{3-x}} + e^{\frac{1}{2x}} + \frac{1}{\operatorname{arcctg} x}$$

$$20.) f(x) = \frac{\sqrt{2x+3}}{\ln(1-x)} + \frac{\arcsin(x+1)}{\operatorname{arctg}(5x-7)}$$

$$21.) f(x) = \frac{x^2 - 4 + \ln\left(\frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg}(x-1)\right)}{1 - \sqrt{x^2 - 4}}$$

$$22.) f(x) = 2^x \log\left(\sin\left(\frac{3}{4}(x-2)\right)\right) + \sqrt[5]{e^x - 6}$$

$$23.) f(x) = \arcsin\left(\frac{2x}{1+x}\right) + \sqrt[3]{x + \frac{1}{5}} + \frac{\operatorname{arctg} x}{e^{\frac{1}{x}} - 1}$$

$$24.) f(x) = 3 \ln(|x-1| - 5) - \frac{\operatorname{arctg}(x+7)}{\sqrt[4]{-x^2 + 3x + 40}}$$

$$25.) f(x) = \frac{\sqrt{4 - e^{2x-6}}}{\sqrt[3]{x^2 - 1}} + \frac{7}{\operatorname{arctg}(x+8)}$$

$$26.) f(x) = \frac{1}{3 - \ln(2x-4)} + 2^{\sqrt[3]{x}} \sin\left(\frac{5x-2}{\sqrt{-x^2 + 6x - 5}}\right)$$

$$27.) f(x) = 5x^2 \arccos\left(\frac{x}{1-x}\right) + \sqrt{x^2 + 3x - 10} \cos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x+7}}\right)$$

$$28.) f(x) = \ln\left(\arcsin(x+2) - \frac{\pi}{6}\right) + e^{\sqrt{-2x^2+x+6}} \cos \sqrt[3]{x+2}$$

$$29.) f(x) = \log\left(\frac{1}{x+2}\right) + \sqrt{\frac{1}{x^2 - 16}} + \frac{1}{5} \sin^3(x-4)$$

$$30.) f(x) = \frac{1}{\ln|x-1|} + \frac{1}{\sqrt{-x^2 + 3x}} + \operatorname{arctg}(2x)$$

$$31.) f(x) = \arccos\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + e^{\frac{1}{x-3}} \ln(-x+5)$$

$$32.) f(x) = \arcsin\left(e^{x^2+x-2}\right) + \frac{\ln(x+1)}{\sqrt[3]{x^2-x}}$$

$$33.) f(x) = \sqrt{\frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg}(x-3)} + 3 \ln(-x^2 + 6x - 5)$$

$$34.) f(x) = \ln\left(\frac{x-9}{11-x}\right) + \arcsin \sqrt{\frac{1}{2}x - 5} - \frac{7}{\sqrt[3]{10-x}}$$

### Rješenja

- 1.)  $\mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$  2.)  $[-1, 1]$  3.)  $(-\infty, 0)$  4.)  $[-1, 1) \setminus \{0\}$  5.)  $[-4, -2)$   
 6.)  $(-2, 2)$  7.)  $(0, 1]$  8.)  $[1, \infty)$  9.)  $(-\infty, -2]$  10.)  $[-1, 3] \setminus \{0\}$  11.)  
 $(\frac{1}{2}, \infty)$  12.)  $[-4, 4]$  13.)  $[-1, 3]$  14.)  $[1, 100]$  15.)  $[1, \frac{5}{2}) \setminus \{2\}$  16.)

$((-5, -3] \cup [3, \infty)) \setminus \{-4\}$  17.)  $([0, 1] \cup [3, \infty)) \setminus \{4\}$  18.)  $(-\infty, -1)$   
 19.)  $[-2, \infty) \setminus \{0, 3\}$  20.)  $[-\frac{3}{2}, 0)$  21.)  $(-\infty, -2] \setminus \{-\sqrt{5}\}$  22.)  $\cup_{k \in \mathbb{Z}} (2 + \frac{8}{3}k\pi, 2 + \frac{4}{3}\pi + \frac{8}{3}k\pi)$  23.)  $[-\frac{1}{3}, 1] \setminus \{0\}$  24.)  $(-5, -4) \cup (6, 8)$  25.)  $(-\infty, 3 + \frac{1}{2} \ln 4] \setminus \{-8, -1, 1\}$  26.)  $(2, 5)$  27.)  $(-\infty, -5] \setminus \{-7\}$  28.)  $(-\frac{3}{2}, -1]$  29.)  
 $(4, \infty)$  30.)  $(0, 3) \setminus \{1, 2\}$  31.)  $[0, 5) \setminus \{3\}$  32.)  $(-1, 1) \setminus \{0\}$  33.)  $(1, 4]$   
 34.)  $(10, 11)$

Nađite inverznu funkciju sljedećih funkcija:

- 1.)  $f(x) = 1 - 2^{-x}$
- 2.)  $f(x) = \frac{2}{x-1}, \quad x \neq 1$
- 3.)  $f(x) = \log_2(x-3) - 1, \quad x \in (3, \infty)$
- 4.)  $f(x) = \operatorname{arctg}(3x), \quad x \in \left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right)$
- 5.)  $f(x) = \sqrt[3]{1-x^3}$
- 6.)  $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}, \quad x \neq -2$
- 7.)  $f(x) = \frac{3^x}{1+3^x}$
- 8.)  $f(x) = \frac{2^x + 2^{-x}}{2^x - 2^{-x}}, \quad x \neq 0$
- 9.)  $f(x) = \frac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}} + 1$
- 10.)  $f(x) = \frac{2e^x - 1}{e^x + 2}$
- 11.)  $f(x) = 5^{\sin \sqrt{x-2}} + 1, \quad x \in \left[2, \frac{\pi^2}{4} + 2\right]$
- 12.)  $f(x) = \cos(\ln \sqrt{5x-3}), \quad x \in \left[\frac{4}{5}, \frac{e^{2\pi} + 3}{5}\right]$
- 13.)  $f(x) = 2^{\frac{x-1}{x+3}} - 4, \quad x \neq -3$
- 14.)  $f(x) = 3 \arccos \sqrt{5-x} + 6, \quad x \in [4, 5]$
- 15.)  $f(x) = 2^{3 \arcsin(\frac{1}{7}x-6)} - 4, \quad x \in [35, 49]$
- 16.)  $f(x) = \operatorname{arctg}(\cos e^{2x}) + 7, \quad x \in \left(-\infty, \frac{\ln \pi}{2}\right]$
- 17.)  $f(x) = \log_3\left(\operatorname{arctg}\left(2^x - \frac{1}{4}\right)\right), \quad x \in (-2, \infty)$

$$18.) f(x) = \ln \left( \arccos \sqrt{\frac{3x}{8} - \frac{1}{4}} \right) - 5, \quad x \in \left[ \frac{2}{3}, \frac{10}{3} \right)$$

$$19.) f(x) = \sqrt{2 - \ln(\sin x + 1)} + 3, \quad x \in \left( -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$20.) f(x) = 5 \ln \left( \arccos \left( \frac{x-3}{x+2} \right) \right) - 1, \quad x \in \left[ \frac{1}{2}, \infty \right)$$

### Rješenja

1.)  $f^{-1}(x) = -\log_2(1-x)$  2.)  $f^{-1}(x) = \frac{2+x}{x}$  3.)  $f^{-1}(x) = 3 + 2^{x+1}$   
 4.)  $f^{-1}(x) = \frac{1}{3} \operatorname{tg} x$  5.)  $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{1-x^3}$  6.)  $f^{-1}(x) = \frac{1+2x}{2-x}$  7.)  
 $f^{-1}(x) = \log_3 \left( \frac{x}{1-x} \right)$  8.)  $f^{-1}(x) = \log_4 \left( \frac{x+1}{x-1} \right)$  9.)  $f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \log \left( \frac{x}{2-x} \right)$   
 10.)  $f^{-1}(x) = \ln \left( \frac{2x+1}{2-x} \right)$  11.)  $f^{-1}(x) = 2 + (\arcsin(\log_5(x-1)))^2$  12.)  
 $f^{-1}(x) = \frac{1}{5} e^{2 \arccos x} + \frac{3}{5}$  13.)  $f^{-1}(x) = \frac{1+3 \log_2(x+4)}{1-\log_2(x+4)}$  14.)  $f^{-1}(x) =$   
 $5 - \cos^2 \left( \frac{x}{3} - 2 \right)$  15.)  $f^{-1}(x) = 7 \sin \left( \frac{1}{3} \log_2(x+4) \right) + 42$  16.)  $f^{-1}(x) =$   
 $\frac{1}{2} \ln(\arccos(\operatorname{tg}(x-7)))$  17.)  $f^{-1}(x) = \log_2(\operatorname{tg} 3^x + \frac{1}{4})$  18.)  $f^{-1}(x) =$   
 $\frac{8}{3} \cos^2(e^{x+5}) + \frac{2}{3}$  19.)  $f^{-1}(x) = \arcsin(e^{-x^2+6x-7} - 1)$  20.)  $f^{-1}(x) =$   
 $\frac{3+2 \cos(e^{\frac{x+1}{5}})}{1-\cos(e^{\frac{x+1}{5}})}$

## 4. ZADACI ZA VJEŽBU

Izračunajte sljedeće limese:

- 1.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 3}{x^2 - 2x + 2}$
- 2.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x^2 + x + 2}{1 + x - 3x^3}$
- 3.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 3x^2 + 6}{-2x^7 + 2x^5 + x}$
- 4.)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - x^2 + 2}{x^2 - 3x + 5}$
- 5.)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 - x + 2}$
- 6.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 - x + 2}$
- 7.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^{17} + x^9 - x^5 + 3}{5x^{17} - x^{16} + x^4 - 3x}$
- 8.)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 3x + 7}{2x^5 - x^2 + 4}$
- 9.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^4 + 3x^2 - 7}{6x^4 - 5x^3 + x}$
- 10.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^3 + 5x + 7}{x - 1}$
- 11.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 7x + 6}{x^5 + 3}$
- 12.)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( x^2 - \frac{x^3 + x^2}{x + 4} \right)$
- 13.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} + 1}{x - 2}$
- 14.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sqrt{x}}{2x + 6}$
- 15.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x + 1}}{\sqrt{x + 2}}$
- 16.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x + 1}}{\sqrt{x} + 1}$
- 17.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3}{\sqrt{4x^2 - 4x + 1}}$

18.) 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3\sqrt{x} + 1}{\sqrt[3]{x^3 + x^2 + x + 1}}$$

19.) 
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 3}{x + 1}$$

20.) 
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 1}{x^2 - 3x + 1}$$

21.) 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 - 2x^2 + x}{x^2 + x + 1}$$

22.) 
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$$

23.) 
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{3x^2 + 4x + 1}$$

24.) 
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^3 + 8}$$

25.) 
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{2x^2 - 2x - 12}$$

26.) 
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 2x - 4}{x^3 - 8}$$

27.) 
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^3 - 3x^2 + x - 3}$$

28.) 
$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{3x^2 - 7x + 2}{27x^3 - 1}$$

29.) 
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^3 - 8}$$

30.) 
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x - 3}$$

31.) 
$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 5x - 14}{x^3 - 6x^2 - 7x}$$

32.) 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$$

33.) 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$$

34.) 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 4} - x)$$

35.) 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + 3x - 7} - 2x)$$

36.) 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^4 + x^3 + 1} - x^2)$$

- 37.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - \sqrt{x^2 + 6})$
- 38.)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 7} - \sqrt{x^2 - 5x + 1})$
- 39.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} 10x(\sqrt{x^2 + 5} - x)$
- 40.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$
- 41.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{\sin(2x)}$
- 42.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4x)}{2 \sin(\sqrt{3}x)}$
- 43.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\frac{x}{2})}{x}$
- 44.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sin(\sqrt{2}x)}$
- 45.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{5x^2}$
- 46.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{\sin^2(6x)}$
- 47.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin(2x)}{x} \right)^{1+x}$
- 48.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(2x)}{5x}$
- 49.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(2x)}{\arcsin(3x)}$
- 50.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{3x + 7} \right)^x$
- 51.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 6}{7x - 3} \right)^{x^3}$
- 52.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \left( \frac{2}{5} \right)^{x+2} + 7 \right)$
- 53.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 3}{2x - 7} \right)^x$
- 54.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(2x + 1) - \ln(x + 2))$

55.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x+1} \right)^x$

56.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+3} \right)^{x+2}$

57.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{x-4} \right)^{x+1}$

58.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x+5} \right)^{2x+3}$

59.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-1}{3x+2} \right)^{3x+4}$

60.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{x^2+2} \right)^{x^2-5}$

61.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+2}{x^2+1} \right)^{x^2}$

62.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{5x} \right)^{2x-7}$

63.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{x}$

64.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\ln(2x+1)}$

65.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{x+1} - 1}{2^{x-1} + 1}$

66.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x + 6^x}{2^x + 7^x}$

67.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 7^{x+1} - 5 \cdot 7^x}{2 \cdot 7^x + 6^x}$

*Rješenja:*

- 1.) 2 2.)  $-\frac{1}{3}$  3.) 0 4.)  $-\infty$  5.) 1 6.) 1 7.)  $-\frac{2}{5}$  8.) 0 9.)  $-\frac{1}{3}$  10.)  $-\infty$   
 11.) 0 12.)  $-\infty$  13.) 0 14.)  $\frac{1}{2}$  15.) 1 16.) 1 17.) 1 18.) 2 19.)  $\frac{1}{3}$  20.) 11  
 21.) 0 22.) 4 23.)  $\frac{3}{2}$  24.)  $-\frac{1}{4}$  25.)  $-\frac{6}{5}$  26.)  $\frac{1}{2}$  27.)  $\frac{2}{5}$  28.)  $-\frac{5}{9}$  29.)  $\frac{8}{3}$  30.)  
 7 31.)  $\frac{9}{56}$  32.) 0 33.)  $\frac{1}{2}$  34.)  $-\frac{5}{2}$  35.)  $\frac{3}{4}$  36.)  $\infty$  37.)  $\frac{5}{2}$  38.)  $-\frac{5}{2}$  39.) 25  
 40.) 0 41.)  $\frac{5}{2}$  42.)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  43.)  $\frac{1}{2}$  44.)  $\frac{7\sqrt{2}}{2}$  45.)  $\frac{1}{5}$  46.)  $\frac{1}{18}$  47.) 2 48.)  $\frac{2}{5}$  49.)  
 $\frac{2}{3}$  50.) 0 51.) 0 52.) 7 53.)  $\infty$  54.)  $\ln 2$  55.)  $e^{-1}$  56.)  $e^{-4}$  57.)  $e^6$  58.)  
 $e^{-4}$  59.)  $e^{-3}$  60.)  $e^{-2}$  61.)  $e$  62.)  $e^{-\frac{2}{5}}$  63.) 5 64.)  $\frac{1}{2}$  65.) 4 66.) 0 67.) 8



## 5. ZADACI ZA VJEŽBU

Ispitajte neprekidnost sljedećih funkcija:

- 1.)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x-2} & \text{ako je } x \neq 2, \\ 3 & \text{ako je } x = 2. \end{cases}$
- 2.)  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2-3x+2} & \text{ako je } x \neq 1 \text{ i } x \neq 2, \\ 1 & \text{ako je } x = 1, \\ -1 & \text{ako je } x = 2. \end{cases}$
- 3.)  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+3}{2x^2-x-1} & \text{ako je } x \neq -\frac{1}{2} \text{ i } x \neq 1, \\ 0 & \text{ako je } x = -\frac{1}{2}, \\ -1 & \text{ako je } x = 1. \end{cases}$
- 4.)  $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x+1}} & \text{ako je } x \neq -1, \\ 1 & \text{ako je } x = -1. \end{cases}$
- 5.)  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+e^{\frac{1}{1-x}}} & \text{ako je } x \neq 1, \\ 0 & \text{ako je } x = 1. \end{cases}$
- 6.)  $f(x) = \begin{cases} \ln(1+e^x)^{\frac{1}{x}} & \text{ako je } x \neq 0, \\ 1 & \text{ako je } x = 0. \end{cases}$
- 7.)  $f(x) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{x}\right) & \text{ako je } x \neq 0, \\ 1 & \text{ako je } x = 0. \end{cases}$
- 8.)  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(2x)}{|x|} & \text{ako je } x \neq 0, \\ 2 & \text{ako je } x = 0. \end{cases}$
- 9.)  $f(x) = \begin{cases} (x-7) \sin\left(\frac{1}{2(x-7)}\right) & \text{ako je } x \neq 7, \\ 0 & \text{ako je } x = 7. \end{cases}$
- 10.)  $f(x) = \begin{cases} (x-3) \sin\left(\frac{1}{2(x-3)}\right) & \text{ako je } x \neq 3, \\ \frac{1}{2} & \text{ako je } x = 3. \end{cases}$
- 11.)  $f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(\frac{2}{x-5}\right) & \text{ako je } x \neq 5, \\ -\frac{\pi}{2} & \text{ako je } x = 5. \end{cases}$
- 12.)  $f(x) = \begin{cases} \operatorname{arcctg}\left(\frac{1}{x-2}\right) & \text{ako je } x \neq 2, \\ 0 & \text{ako je } x = 2. \end{cases}$

*Rješenja:*

- 1.)  $f$  u  $x = 2$  ima prekid druge vrste. 2.)  $f$  u  $x = 1$  i  $x = 2$  ima prekid druge vrste. 3.)  $f$  u  $x = -\frac{1}{2}$  i  $x = 1$  ima prekid druge vrste. 4.)  $f$  u  $x = -1$  ima prekid druge vrste. 5.)  $f$  u  $x = 1$  ima prekid prve vrste, neuklonjiv. 6.)  $f$  u  $x = 0$  ima prekid druge vrste. 7.)  $f$

u  $x = 0$  ima prekid druge vrste. 8.)  $f$  u  $x = 0$  ima prekid prve vrste, neuklonjiv. 9.)  $f$  je neprekidna na  $\mathbb{R}$ . 10.)  $f$  u  $x = 3$  ima prekid prve vrste, uklonjiv. 11.)  $f$  u  $x = 5$  ima prekid prve vrste, neuklonjiv. 12.)  $f$  u  $x = 2$  ima prekid prve vrste, neuklonjiv.

## 6. ZADACI ZA VJEŽBU

Derivirajte sljedeće funkcije:

1.)  $f(x) = (x^2 + 1) \ln x$

2.)  $f(x) = \sqrt{\sin(3x)}$

3.)  $f(x) = \frac{1 + x^2}{\operatorname{arctg} x}$

4.)  $f(x) = \cos(1 + \sqrt{x})$

5.)  $f(x) = \sin^3(2x^2 + 7)$

6.)  $f(x) = \frac{5 \ln x}{x^2}$

7.)  $f(x) = e^{\frac{x+1}{x-1}}$

8.)  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{\sin x} + \sqrt[3]{\cos(2x)}$

9.)  $f(x) = \sqrt{\sin x - 5} + (x^2 + 1)e^{2x}$

10.)  $f(x) = \arcsin(2x + 1) + 4\sqrt{1 + \ln x}$

11.)  $f(x) = \sqrt[5]{x^2 - 2x - 1} + 2 \ln^3(2 - x)$

12.)  $f(x) = 5 \ln(1 + \sin(\sqrt{x})) + x^3 \operatorname{tg}(2x) - 1$

13.)  $f(x) = 2^{\sqrt{x^2 - 3x}} + \cos(5x - 7)$

14.)  $f(x) = e^{\arcsin(\sqrt{x})} - 3 \frac{\cos^2 x}{2x + 1}$

15.)  $f(x) = \sqrt{\operatorname{arctg}(2x)} + \frac{3x + 7}{5x^2}$

16.)  $f(x) = \operatorname{tg}^2(3x - 1) + xe^{2x}$

17.)  $f(x) = \sqrt{x + \sin(2x)} - \frac{2^x}{x^3 + 5}$

18.)  $f(x) = (\sin x)^{\cos x}$

19.)  $f(x) = (\ln x)^x$

20.)  $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$

21.)  $f(x) = x^{x^2}$

Rješenja:

- 1.)  $2x \ln x + x + \frac{1}{x}$  2.)  $\frac{3 \cos(3x)}{2\sqrt{\sin(3x)}}$  3.)  $\frac{2x \operatorname{arctg} x - 1}{(\operatorname{arctg} x)^2}$  4.)  $-\frac{\sin(1+\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$  5.)  
 $12x \sin^2(2x^2 + 7) \cos(2x^2 + 7)$  6.)  $\frac{5(1-2 \ln x)}{x^3}$  7.)  $\frac{-2}{(x-1)^2} e^{\frac{x+1}{x-1}}$   
 8.)  $\frac{(2x-2) \sin x - (x^2-2x+2) \cos x}{\sin^2 x} - \frac{2}{3} \sin(2x) \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{\cos^2(2x)}}$  9.)  $\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x - 5}} + 2e^{2x}(x^2 +$   
 $x + 1)$  10.)  $\frac{2}{\sqrt{1-(2x+1)^2}} + \frac{2}{x\sqrt{1+\ln x}}$  11.)  $\frac{2(x-1)}{5 \cdot \sqrt[5]{(x^2-2x-1)^4}} - \frac{6 \ln^2(2-x)}{2-x}$  12.)  
 $\frac{5 \cos(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}(1+\sin(\sqrt{x}))} + 3x^2 \operatorname{tg}(2x) + \frac{2x^3}{\cos^2(2x)}$  13.)  $\frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x}} \cdot 2\sqrt{x^2-3x} \ln 2 - 5 \sin(5x -$   
 7) 14.)  $\frac{1}{2\sqrt{x-x^2}} e^{\operatorname{arcsin}(\sqrt{x})} + 6 \frac{[(2x+1) \sin x + \cos x] \cos x}{(2x+1)^2}$  15.)  $\frac{1}{(1+4x^2)\sqrt{\operatorname{arctg}(2x)}} +$   
 $\frac{3-(6x^2+14x) \ln 5}{5x^2}$  16.)  $\frac{6 \operatorname{tg}(3x-1)}{\cos^2(3x-1)} + (2x+1)e^{2x}$  17.)  $\frac{1+2 \cos(2x)}{2\sqrt{x+\sin(2x)}} - \frac{2^x [(x^3+5) \ln 2 - 3x^2]}{(x^3+5)^2}$   
 18.)  $(\sin x)^{\cos x} \cdot (\cos x \operatorname{ctg} x - \sin x \ln(\sin x))$  19.)  $(\ln x)^x \cdot (\ln(\ln x) + \frac{1}{\ln x})$   
 20.)  $x^{\frac{1}{x}} \cdot (\frac{1-\ln x}{x^2})$  21.)  $x^{x^2+1}(1 + 2 \ln x)$

Nađite derivaciju  $\frac{dy(x)}{dx}$  parametarski zadane funkcije  $y$  :

$$1.) \quad \begin{aligned} x(t) &= \sqrt{t} \\ y(t) &= \sqrt[3]{t} \end{aligned}$$

$$2.) \quad \begin{aligned} x(t) &= a \cos^2 t \\ y(t) &= b \sin^2 t \end{aligned}$$

$$3.) \quad \begin{aligned} x(t) &= \sqrt{t^2 + 1} \\ y(t) &= \frac{t - 1}{\sqrt{t^2 + 1}} \end{aligned}$$

$$4.) \quad \begin{aligned} x(t) &= 2 \operatorname{tg} t \\ y(t) &= 2 \sin^2 t + \sin(2t) \end{aligned} \quad \text{za } t = \frac{\pi}{4}$$

$$5.) \quad \begin{aligned} x(t) &= t^3 + 1 \\ y(t) &= t^2 + t + 1 \end{aligned} \quad \text{u točki } T(2, 3)$$

*Rješenja*

$$1.) \frac{2}{3\sqrt[3]{t}} \quad 2.) -\frac{b}{a} \quad 3.) \frac{t+1}{t(t^2+1)} \quad 4.) \frac{1}{2} \quad 5.) 1$$

Nađite derivaciju  $\frac{dy(x)}{dx}$  implicitno zadane funkcije  $y$  :

$$1.) \quad \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \text{ u točki } T(4, 4)$$

$$2.) \quad \operatorname{arctg}(x + y) = x \text{ u točki } T(0, 0)$$

$$3.) \quad \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) - \ln(\sqrt{x^2 + y^2}) = 0 \text{ u točki } T(1, 0)$$

$$4.) \quad e^x \sin y - e^{-y} \cos x = 0 \text{ u točki } T\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$$

$$5.) \quad x e^{-\frac{y}{2}} + y e^{-\frac{x}{2}} - 2 = 0 \text{ u točki } T(0, 2)$$

$$6.) \quad x \ln y - y \ln x = 1 \text{ u točki } T(1, e)$$

*Rješenja*

$$1.) -1 \quad 2.) 0 \quad 3.) 1 \quad 4.) -e^{-\frac{\pi}{2}} \quad 5.) 1 - \frac{1}{e} \quad 6.) e^2 - e$$

## 7. ZADACI ZA VJEŽBU

1.) Nađite jednadžbu normale na krivulju  $y = \frac{\sqrt[3]{x-1}}{x} + \frac{9}{2}$  u točki  $T(2, 5)$ .

2.) Nađite točke na krivulji  $y = x^2 + 12 \ln x$  u kojima su tangente paralelne pravcu  $y = 10x - 1$ .

3.) Nađite točku na krivulji  $y = 3x^2 - 5x + 1$  u kojoj je tangenta okomita na pravac  $y = -\frac{1}{7}x + \frac{1}{7}$ .

4.) Nađite točke na krivulji  $y = \arccos\left(\frac{1}{3}x\right)$  u kojima su tangente okomite na pravac  $y = \frac{3}{2}x + 1$ .

5.) Nađite točke na krivulji  $y = (x^3 + 2x^2)e^x$  u kojima su tangente paralelne osi apscisa.

6.) Nađite jednadžbe tangenata na krivulju  $y = e^{1-x^2}$  u sjecištima te krivulje s pravcem  $y = 1$ .

7.) Nađite jednadžbu tangente na krivulju 
$$\begin{aligned} x(t) &= \cos^3 t \\ y(t) &= \sin^3 t \end{aligned}$$
 za  $t = \frac{\pi}{4}$ .

8.) Nađite jednadžbu tangente na krivulju 
$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{2t}{t+2} \\ y(t) &= \frac{t}{t-1} \end{aligned}$$
 u točki  $T(1, 2)$ .

9.) Nađite jednadžbu tangente na krivulju 
$$\begin{aligned} x(t) &= \sin^2 t - \cos t \\ y(t) &= \ln\left(\operatorname{tg}\left(\frac{t}{2}\right)\right) \end{aligned}$$
 za  $t = \frac{\pi}{2}$ .

10.) Nađite jednadžbu normale na krivulju 
$$\begin{aligned} x(t) &= t^2 + 1 \\ y(t) &= 3t + e^t \end{aligned}$$
 u točki  $T(1, 1)$ .

11.) Nađite jednadžbu normale na krivulju 
$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{t^2 + 1}{3t - 2} \\ y(t) &= \frac{\ln(t-1)}{\sqrt{t}} \end{aligned}$$
 za  $t = 2$ .

- 12.) Nađite jednadžbu tangente na krivulju  $x(t) = t^3 + 2t + 1$   
 $y(t) = (t + 1)\operatorname{tg} t$   
za  $t = 0$ .
- 13.) Nađite jednadžbu normale na krivulju  $x(t) = \sqrt{t^2 - 1}$   
 $y(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2 - 1}}$   
za  $t = \sqrt{2}$ .
- 14.) Nađite jednadžbu tangente na krivulju  $x(t) = t \sin t + e^{-t}$   
 $y(t) = 6t + e^{-2t}$   
za  $t = 0$ .
- 15.) Nađite jednadžbu tangente na krivulju  $x(t) = \sqrt{t}$  koja je  
 $y(t) = \sqrt[3]{t}$   
paralelna s pravcem  $y = \frac{1}{3}x - 1$ .
- 16.) Nađite točku krivulje  $x(t) = 2t^3 + 3t^2 + 4t + 1$  u kojoj treba  
 $y(t) = t^3 + t^2 + t$  povući tangentu da bi ona bila okomita na pravac  $y = -2x + 7$ .
- 17.) Na krivulji  $x(t) = 2t^3 - 3t^2 - 12t + 8$  nađite točke u kojima  
 $y(t) = 2t^2 + 4$  su tangente paralelne s  $y$  osi.
- 18.) U točkama krivulje  $x(t) = t^3 - 2t + 1$  u kojima ona siječe  
 $y(t) = t^2 - 1$  os  $x$  povučene su tangente. Nađite jednadžbe tih tangenata.
- 19.) Nađite jednadžbu tangente na krivulju  $xe^y - ye^x = 4$  u točki  $T(4, 0)$ .
- 20.) Nađite jednadžbu tangente na krivulju  $\sqrt{x + 1} + \sqrt{(x + 1)y} = 3$   
u točki  $T(0, 4)$ .
- 21.) Nađite jednadžbu tangente na krivulju  $y = x + \operatorname{arctg}(xy) - \frac{\pi}{4}$   
u točki  $T(1, 1)$ .
- 22.) Nađite jednadžbu normale na krivulju  $x \sin y + x^2 - y - 1 = 0$   
u točki  $T(-1, 0)$ .
- 23.) Nađite jednadžbu tangente na krivulju  $\frac{1}{\pi} \operatorname{arctg}(xy^2 + 3) - (x + 2)y = \frac{1}{4}$   
u točki  $T(-2, 1)$ .

24.) Nađite jednadžbu tangente na krivulju  $\arctg y = \ln(x^3 + y^2) + \frac{\pi}{4}$  u točki  $T(0, 1)$ .

25.) Nađite jednadžbu normale na krivulju  $ey = e^{xy}$  u točki  $T\left(0, \frac{1}{e}\right)$ .

26.) Nađite jednadžbu normale na krivulju  $(y - 2)e^{y-2} = e^{x+1}$  u točki  $T(0, 3)$ .

27.) Nađite jednadžbu tangente na krivulju  $\ln y + \frac{x}{y^2} = 2$  u točki  $T(2, 1)$ .

28.) Nađite jednadžbu tangente na krivulju  $(x + y)e^y = e^{x+1} + 4ex$  u točki  $T(0, 1)$ .

29.) Nađite jednadžbu tangente na krivulju  $\ln x + 2e^{-\frac{y}{x}} = 2$  u točki  $T(1, 0)$ .

30.) Nađite kut koji tangenta na krivulju  $f(x) = x - x^2$  u točki  $T(0, 0)$  zatvara s osi  $x$ .

31.) Nađite kut među krivuljama  $f_1(x) = 4x^2 + 2x - 8$  i  $f_2(x) = x^3 - x + 10$  u točki njihova presjeka  $T(3, 34)$ .

32.) Nađite kut pod kojim krivulja  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}}$  siječe os  $y$ .

33.) Nađite kut pod kojim krivulja  $f(x) = e^{0.5x}$  siječe pravac  $x = 2$ .

34.) Nađite kut pod kojim krivulja  $f(x) = \cos x$  siječe pravac  $y = \frac{1}{2}$ .

35.) Nađite kut pod kojim se sijeku krivulje  $y = \sin x$  i  $y = \cos x$ .

36.) Nađite kut pod kojim se sijeku krivulje  $x^2 + y^2 = 2$  i  $y = x^2$ .

### Rješenja

- 1.)  $y = 12x - 19$  2.)  $T_1(2, 4 + 12 \ln 2), T_2(3, 9 + 12 \ln 3)$  3.)  $T(2, 3)$  4.)  $T_1(-\frac{3}{2}\sqrt{3}, \frac{5\pi}{6}), T_2(\frac{3}{2}\sqrt{3}, \frac{\pi}{6})$  5.)  $T_1(0, 0), T_2(-4, -32e^{-4}), T_3(-1, e^{-1})$  6.)  $y = -2x + 3, y = 2x + 3$  7.)  $y = -x + \frac{\sqrt{2}}{2}$  8.)  $y = -4x + 6$  9.)  $y = x - 1$  10.)  $y = 1$  11.)  $y = -\frac{\sqrt{2}}{16}x + \frac{5\sqrt{2}}{64}$  12.)  $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$  13.)  $y = \sqrt{2}x$  14.)  $y = -4x + 5$  15.)  $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$  16.)  $T(-2, -1)$  17.)  $T_1(15, 6), T_2(-12, 12)$  18.)  $y = 2x, y = -2x + 4$  19.)  $y = \frac{1}{e^4 - 4}(x - 4)$  20.)  $y = -6x + 4$  21.)  $y = 3x - 2$  22.)  $y = x + 1$  23.)  $y = \frac{1 - 2\pi}{4}x + \frac{3 - 2\pi}{2}$  24.)  $y = 1$  25.)  $y = -e^2x + \frac{1}{e}$  26.)  $y = -2x + 3$  27.)  $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$  28.)  $y = 2x + 1$  29.)  $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$  30.)  $45^\circ$  31.)  $0^\circ$  32.)  $60^\circ$  33.)  $36.34^\circ$  34.)  $40.89^\circ$  35.)  $70.53^\circ$  36.)  $71.57^\circ$



## 8. ZADACI ZA VJEŽBU

Primjenom L'Hospitalovog pravila izračunajte sljedeće limese:

- 1.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^2 + 7)}{2\sqrt{x} + \pi}$
- 2.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \ln x}{e^{5x}}$
- 3.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \ln x}{e^x}$
- 4.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x \operatorname{arctg} x}$
- 5.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin x)}{\ln(\sin(5x))}$
- 6.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln\left(\frac{\sin x}{x}\right)}{x^2}$
- 7.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \operatorname{arctg}(2x)$
- 8.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \ln x$
- 9.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x \ln x$
- 10.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (xe^{-\frac{1}{x^2}} - x)$
- 11.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{tg} x}\right)$
- 12.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}\right)$
- 13.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$
- 14.)  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1)^{x-1}$
- 15.)  $\lim_{x \rightarrow 0} (e^{5x} + x)^{\frac{1}{\sin(3x)}}$
- 16.)  $\lim_{x \rightarrow 1} (5x - 4)^{\frac{1}{x-1}}$
- 17.)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\cos x)^{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}$
- 18.)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{2x}$
- 19.)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2 \sin x)^{\operatorname{ctg} x}$

$$20.) \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + 3 \sin x)^{\frac{1}{x}}$$

*Rješenja*

- 1.) 0 2.) 0 3.) 0 4.) 0 5.) 1 6.)  $-\frac{1}{6}$  7.)  $\frac{1}{2}$  8.) 0 9.) 0 10.) 0 11.) 0  
12.)  $\frac{1}{2}$  13.) 1 14.) 1 15.)  $e^2$  16.)  $e^5$  17.) 1 18.) 1 19.)  $e^2$  20.)  $e^4$

## 9. ZADACI ZA VJEŽBU

Nađite asimptote sljedećih funkcija:

$$1.) f(x) = \frac{1}{(x-1)^3}$$

$$2.) f(x) = \frac{x}{x-1}$$

$$3.) f(x) = \frac{x^2}{(x-1)^2}$$

$$4.) f(x) = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$$

$$5.) f(x) = \frac{3x^2 - 14x + 13}{x-4}$$

$$6.) f(x) = \frac{3x^2 + 12}{x^2 + 9}$$

$$7.) f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x-1}$$

$$8.) f(x) = x^2 e^{-\frac{1}{x}}$$

$$9.) f(x) = x \operatorname{arctg} x$$

$$10.) f(x) = 3x + x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$11.) f(x) = e^{\frac{2x}{1-x^2}}$$

$$12.) f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$13.) f(x) = 2x + \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$14.) f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

$$15.) f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}}$$

$$16.) f(x) = \ln(1+x)$$

$$17.) f(x) = \frac{1}{1-e^x}$$

*Rješenja:*

- 1.)  $x = 1, y = 0$  2.)  $x = 1, y = 1$  3.)  $x = 1, y = 1$  4.)  $x = -1,$   
 $y = \frac{1}{2}x - 1$  5.)  $x = 4, y = 3x - 2$  6.)  $y = 3$  7.)  $x = 1, y = x$  8.)  $x = 0$   
 9.)  $y = -\frac{\pi}{2}x - 1, y = \frac{\pi}{2}x - 1$  10.)  $y = 3x + 1$  11.)  $x = -1, x = 1,$

$$y = 1 \quad 12.) \quad y = x, y = -x \quad 13.) \quad y = 2x - \frac{\pi}{2}, y = 2x + \frac{\pi}{2} \quad 14.) \quad y = 0 \quad 15.) \\ y = -1, y = 1 \quad 16.) \quad x = -1 \quad 17.) \quad x = 0, y = 0, y = 1$$

## 10. ZADACI ZA VJEŽBU

Nađite lokalne ekstreme sljedećih funkcija:

1.)  $f(x) = (x - 1)^{99}$

2.)  $f(x) = x^4 - 4x$

3.)  $f(x) = (x - 1)^2(x + 1)^3$

4.)  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

5.)  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 2x + 4}$

*Rješenja:*

1.) nema 2.)  $T_{min}(1, -3)$  3.)  $T_{min}(1, 0), T_{max}(\frac{1}{5}, \frac{3456}{3125})$  4.)  $T_{min}(-1, -\frac{1}{2}), T_{max}(1, \frac{1}{2})$  5.)  $T_{min}(-2, -\frac{1}{2}), T_{max}(2, \frac{1}{6})$

Nađite intervale monotonosti i lokalne ekstreme sljedećih funkcija:

1.)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-x^2 + 4x - 3}}$

2.)  $f(x) = x^3 + \frac{3}{x}$

3.)  $f(x) = e^{-x^2}$

4.)  $f(x) = \frac{x + 4}{7 - x^2}$

5.)  $f(x) = (x + 1)e^x$

6.)  $f(x) = x^2e^x$

*Rješenja:*

1.)  $f$  je strogo padajuća na  $(1, 2)$  i strogo rastuća na  $(2, 3)$ ,  $T_{min}(2, 1)$   
 2.)  $f$  je strogo padajuća na  $(-1, 0)$  i  $(0, 1)$  i strogo rastuća na  $(-\infty, -1)$  i  $(1, \infty)$ ,  $T_{max}(-1, -4)$ ,  $T_{min}(1, 4)$  3.)  $f$  je strogo rastuća na  $(-\infty, 0)$  i strogo padajuća na  $(0, \infty)$ ,  $T_{max}(0, 1)$  4.)  $f$  je strogo rastuća na  $(-\infty, -7)$ ,  $(-1, \sqrt{7})$  i  $(\sqrt{7}, \infty)$  i strogo padajuća na  $(-7, -\sqrt{7})$  i  $(-\sqrt{7}, -1)$ ,  $T_{min}(-1, \frac{1}{2})$ ,  $T_{max}(-7, \frac{1}{14})$  5.)  $f$  je strogo padajuća na  $(-\infty, -2)$  i strogo rastuća na  $(-2, \infty)$ ,  $T_{min}(-2, -e^{-2})$  6.)  $f$  je strogo rastuća na  $(-\infty, -2)$  i  $(0, \infty)$  i strogo padajuća na  $(-2, 0)$ ,  $T_{min}(0, 0)$ ,  $T_{max}(-2, 4e^{-2})$

Nađite intervale konveksnosti i točke infleksije sljedećih funkcija:

1.)  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$

2.)  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^3$

3.)  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

4.)  $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$

5.)  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

6.)  $f(x) = \frac{x^4}{x^3-1}$

7.)  $f(x) = xe^{1-x}$

*Rješenja:*

1.)  $f$  je konkavna na  $(-\infty, -\frac{2}{3})$ , a konveksna na  $(-\frac{2}{3}, \infty)$ ;  $I(-\frac{2}{3}, -\frac{11}{27})$  je točka infleksije. 2.)  $f$  je konveksna na  $(-\infty, -2)$  i  $(0, \infty)$ , a konkavna na  $(-2, 0)$ ;  $I_1(-2, -4)$  i  $I_2(0, 0)$  su točke infleksije. 3.)  $f$  je konkavna na  $(0, e^{\frac{3}{2}})$ , a konveksna na  $(e^{\frac{3}{2}}, \infty)$ ;  $I(e^{\frac{3}{2}}, \frac{3}{2}e^{-\frac{3}{2}})$  je točka infleksije. 4.)  $f$  je konveksna na  $(-\infty, -2)$ , a konkavna na  $(-2, \infty)$ ; nema točaka infleksije. 5.)  $f$  je konkavna na  $(-\infty, -\sqrt{3})$  i  $(0, \sqrt{3})$ , a konveksna na  $(-\sqrt{3}, 0)$  i  $(\sqrt{3}, \infty)$ ;  $I_1(-\sqrt{3}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$ ,  $I_2(0, 0)$  i  $I_3(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{4})$  su točke infleksije. 6.)  $f$  je konveksna na  $(-\infty, -\sqrt[3]{2})$  i  $(1, \infty)$ , a konkavna na  $(-\sqrt[3]{2}, 1)$ ;  $I(-\sqrt[3]{2}, -\frac{2\sqrt[3]{2}}{3})$  je točka infleksije. 7.)  $f$  je konkavna na  $(-\infty, 2)$ , a konveksna na  $(2, \infty)$ ;  $I(2, \frac{2}{e})$  je točka infleksije.

Nacrtajte grafove sljedećih funkcija:

$$1.) f(x) = \frac{3x^4 + 1}{x^3}$$

$$2.) f(x) = \frac{2x - 1}{(x - 1)^2}$$

$$3.) f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$4.) f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$$

$$5.) f(x) = \frac{3x - x^2}{x - 4}$$

$$6.) f(x) = xe^{-x}$$

$$7.) f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$$

$$8.) f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$9.) f(x) = x^2 \ln x$$

$$10.) f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

## 11. ZADACI ZA VJEŽBU

Izračunajte integrale:

1.)  $\int (3x - 2)^4 dx$

2.)  $\int \frac{3x dx}{\sqrt[3]{(x^2 - 3)^2}}$

3.)  $\int x^2 \sqrt{x^3 + 5} dx$

4.)  $\int \frac{x + 1}{(2x - 1)^{15}} dx$

5.)  $\int \frac{e^{\sqrt{2x+1}}}{\sqrt{2x+1}} dx$

6.)  $\int \frac{2^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$

7.)  $\int \frac{\sin(4x)}{\cos^4(2x) + 4} dx$

8.)  $\int \frac{dx}{x\sqrt{1 + \ln x}}$

9.)  $\int \arcsin x dx$

10.)  $\int \arccos x dx$

11.)  $\int \operatorname{arctg} x dx$

12.)  $\int x \operatorname{arctg} x dx$

13.)  $\int \sin(\sqrt{x}) dx$

14.)  $\int x \ln(x^2 - 1) dx$

15.)  $\int (x^2 + 3x + 2) \ln x dx$

16.)  $\int (1 + 2\sqrt{x}) \ln x dx$

17.)  $\int (5x + \sqrt{x}) \ln x dx$



- 18.)  $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$
- 19.)  $\int \frac{\ln^2 x}{x^2} dx$
- 20.)  $\int x \sin^2 x dx$
- 21.)  $\int x \cos^2 x dx$
- 22.)  $\int x^2 \sin(2x) dx$
- 23.)  $\int \frac{x \cos x}{\sin^2 x} dx$
- 24.)  $\int (2x - 3)e^{2x} dx$
- 25.)  $\int x^2 e^x dx$
- 26.)  $\int (x^2 + 1)e^{3x} dx$
- 27.)  $\int e^{-x} \sin x dx$
- 28.)  $\int (\arcsin x)^2 dx$
- 29.)  $\int \frac{x^2 dx}{(1 + x^2)^2}$
- 30.)  $\int \frac{x + 1}{x^2 + x + 1} dx$
- 31.)  $\int \frac{2x + 7}{x^2 + x - 2} dx$
- 32.)  $\int \frac{3x + 17}{x^2 + 2x - 3} dx$
- 33.)  $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2 - 4x + 8}}$
- 34.)  $\int \frac{xdx}{\sqrt{2x^2 + 2x + 5}}$
- 35.)  $\int \frac{x + 3}{\sqrt{x^2 + 4x - 5}} dx$

$$36.) \int \frac{3x + 1}{\sqrt{2x^2 - x + 1}} dx$$

$$37.) \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + x + 1}}$$

$$38.) \int x\sqrt{x^4 + 2x^2 - 1} dx$$

$$39.) \int \frac{5x - 13}{(x - 3)(x - 2)(x + 1)} dx$$

$$40.) \int \frac{-10x + 16}{x(x - 4)(x + 2)} dx$$

$$41.) \int \frac{2x^2 + 5x - 1}{x^3 - x} dx$$

$$42.) \int \frac{dx}{x(x + 1)^2}$$

$$43.) \int \frac{x^2 + 9x + 32}{x(x + 4)^2} dx$$

$$44.) \int \frac{-3x + 5}{(x - 3)(x - 2)^2} dx$$

$$45.) \int \frac{2x^2 + x + 4}{(x + 2)^2(x - 3)} dx$$

$$46.) \int \frac{x^3 + 2x + 2}{x^3(x + 1)} dx$$

$$47.) \int \frac{5x - 8}{x^3 - 4x^2 + 4x} dx$$

$$48.) \int \frac{x^2 + 5x + 1}{x(x + 1)^3} dx$$

$$49.) \int \frac{3x^2 - 5x + 4}{(x^2 - 1)(x - 1)} dx$$

$$50.) \int \frac{3x^2 + 12x - 2}{(x + 3)(x^2 + 2)} dx$$

$$51.) \int \frac{3x^2 + 7x + 14}{(x + 1)(x^2 + 9)} dx$$

$$52.) \int \frac{4x^2 - 2x + 3}{(x - 2)(x^2 + 1)} dx$$

$$53.) \int \frac{dx}{x^2(1 + x^2)}$$

54.)  $\int \frac{x dx}{x^3 - 1}$

55.)  $\int \frac{x^2 + 2}{x^3 - 1} dx$

56.)  $\int \frac{x^3 + 1}{x(x^3 - 8)} dx$

57.)  $\int \frac{dx}{x^4 - 1}$

58.)  $\int \frac{dx}{x(x^2 + 1)^2}$

*Rješenja*

- 1.)  $\frac{1}{15}(3x - 2)^5 + c$  2.)  $\frac{9}{2}\sqrt[3]{x^2 - 3} + c$  3.)  $\frac{2}{9}(x^3 + 5)\sqrt{x^3 + 5} + c$  4.)  $\frac{-1}{52(2x-1)^{13}} - \frac{3}{56(2x-1)^{14}} + c$  5.)  $e^{\sqrt{2x+1}} + c$  6.)  $\frac{2^{\lg x}}{\ln 2} + c$  7.)  $-\frac{1}{4}\arctg \frac{\cos^2(2x)}{2} + c$  8.)  $2\sqrt{1 + \ln x} + c$  9.)  $x \arcsin x + \sqrt{1 - x^2} + c$  10.)  $x \arccos x - \sqrt{1 - x^2} + c$  11.)  $x \operatorname{arctg} x + \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + c$  12.)  $\frac{1}{2}(x^2 + 1)\operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}x + c$  13.)  $-2\sqrt{x} \cos(\sqrt{x}) + 2 \sin(\sqrt{x}) + c$  14.)  $\frac{1}{2}(x^2 - 1) \ln(x^2 - 1) - \frac{1}{2}x^2 + c$  15.)  $(\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 2x) \ln x - \frac{1}{9}x^3 - \frac{3}{4}x^2 - 2x + c$  16.)  $(\frac{4}{3}\sqrt{x} + 1)x \ln x - \frac{8}{9}x\sqrt{x} - x + c$  17.)  $(\frac{5}{2}\sqrt{x} + \frac{2}{3})x^{\frac{3}{2}} \ln x - \frac{5}{4}x^2 - \frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}} + c$  18.)  $2\sqrt{x}(\ln x - 2) + c$  19.)  $-\frac{1}{x}(\ln^2 x + 2 \ln x + 2) + c$  20.)  $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x \sin(2x) - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{8} \cos(2x) + c$  21.)  $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x \sin(2x) + \frac{1}{8} \cos(2x) + c$  22.)  $-\frac{2x^2-1}{4} \cos(2x) + \frac{x}{2} \sin(2x) + c$  23.)  $-\frac{x}{\sin x} + \ln |\operatorname{tg}(\frac{x}{2})| + c$  24.)  $(x - 2)e^{2x} + c$  25.)  $e^x(x^2 - 2x + 2) + c$  26.)  $\frac{1}{27}(9x^2 - 6x + 11)e^{3x} + c$  27.)  $-\frac{e^{-x}}{2}(\sin x + \cos x) + c$  28.)  $x(\arcsin x)^2 + 2\sqrt{1 - x^2} \arcsin x - 2x + c$  29.)  $-\frac{x}{2(1+x^2)} + \frac{1}{2}\arctg x + c$  30.)  $\frac{1}{2} \ln(x^2 + x + 1) + \frac{1}{\sqrt{3}}\arctg \frac{2x+1}{\sqrt{3}} + c$  31.)  $\ln \left| \frac{(x-1)^3}{x+2} \right| + c$  32.)  $5 \ln |x - 1| - 2 \ln |x + 3| + c$  33.)  $\sqrt{x^2 - 4x + 8} + 2 \ln |x - 2 + \sqrt{x^2 - 4x + 8}| + c$  34.)  $\frac{1}{2}\sqrt{2x^2 + 2x + 5} - \frac{\sqrt{2}}{4} \ln |x + \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 + x + \frac{5}{2}}| + c$  35.)  $\sqrt{x^2 + 4x - 5} + \ln |x + 2 + \sqrt{x^2 + 4x - 5}| + c$  36.)  $\frac{3}{2}\sqrt{2x^2 - x + 1} + \frac{7}{4\sqrt{2}} \ln \frac{|4x-1+\sqrt{8\sqrt{2x^2-x+1}}|}{\sqrt{7}} + c$  37.)  $-\ln \left| \frac{x+2+2\sqrt{x^2+x+1}}{x} \right| + c$  38.)  $\frac{x^2+1}{4}\sqrt{x^4 + 2x^2 - 1} - \frac{1}{2} \ln |x^2 + 1 + \sqrt{x^4 + 2x^2 - 1}| + c$  39.)  $\frac{1}{2} \ln |x - 3| + \ln |x - 2| - \frac{3}{2} \ln |x + 1| + c$  40.)  $-2 \ln |x| - \ln |x - 4| + 3 \ln |x + 2| + c$  41.)  $\ln |x| + 3 \ln |x - 1| - 2 \ln |x + 1| + c$  42.)  $\ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + \frac{1}{x+1} + c$  43.)  $2 \ln |x| - \ln |x + 4| + \frac{3}{x+4} + c$  44.)  $4 \ln \left| \frac{x-2}{x-3} \right| - \frac{1}{x-2} + c$  45.)  $\ln |x + 2| + \ln |x - 3| + \frac{2}{x+2} + c$  46.)  $-\frac{1}{x^2} + \ln |x + 1| + c$  47.)  $2 \ln \left| \frac{x-2}{x} \right| - \frac{1}{x-2} + c$  48.)  $\ln \left| \frac{x}{x+1} \right| - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{(x+1)^2} + c$  49.)  $-\frac{1}{x-1} + 3 \ln |x + 1| + c$  50.)  $-\ln |x + 3| + 2 \ln(x^2 + 2) + c$  51.)

$$\begin{aligned} & \ln|x+1| + \ln(x^2+9) + \frac{5}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + c \quad 52.) \quad 3 \ln|x-2| + \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + c \quad 53.) \\ & -\frac{1}{x} - \operatorname{arctg} x + c \quad 54.) \quad \frac{1}{3} \ln|x-1| - \frac{1}{6} \ln(x^2+x+1) + \frac{\sqrt{3}}{3} \operatorname{arctg} \frac{(2x+1)\sqrt{3}}{3} + c \\ & 55.) \quad \ln|x-1| - \frac{2\sqrt{3}}{3} \operatorname{arctg} \frac{(2x+1)\sqrt{3}}{3} + c \quad 56.) \quad -\frac{1}{8} \ln|x| + \frac{3}{8} \ln|x^3-8| + c \\ & 57.) \quad \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + c \quad 58.) \quad \ln|x| - \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + \frac{1}{2(x^2+1)} + c \end{aligned}$$