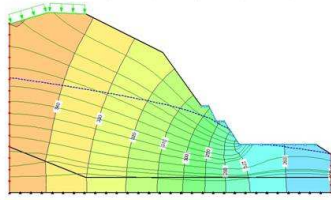


## 2. Procjeđivanje vode

- Uvod u metode proračuna
- Teorijske osnove metoda proračuna
- Postavljanje modela i zadavanje ulaznih veličina
- Vrste proračuna
- Prikaz i vrednovanje rezultata proračuna



## Uvod u metode proračuna

- Svrha analize procjeđivanja vode
  - Izračun ukupnog potencijala i poreznih tlakova
  - Brzine i smjer strujanja
  - Količine protjecanja
  - Sile uslijed strujanja vode
  - Promjene volumena
- Metode rješavanja
  - Metoda konačnih elemenata
  - Metoda konačnih diferencija
- Računalni programi
  - SEEP/W (GEO-SLOPE International, Ltd., Canada)
  - FLAC (Itasca Consulting Group, Inc. USA)
  - Visual MODFLOW (Schlumberger)

## Teorijske osnove metoda proračuna

- Teorija tečenja
  - Darcyjev zakon tečenja
  - Stacionarno tečenje
  - Promjena volumnog sadržaja vode i koeficijenta propusnosti
  - Nestacionarno tečenje
- Rješavanje sustava metodom konačnih elemenata
  - Uvođenje konačnog elementa
  - Postavljanje jednačbe konačnog elementa
  - Numerička integracija jednačbe konačnog elementa
  - Postavljanje i rješavanje globalnog sustava jednačbi

## Teorija tečenja

- Darcyjev (linearni) zakon tečenja

$$Q = k \cdot A \frac{H_1 - H_2}{L}$$

- $Q$  - količina protjecanja
- $k$  - koeficijent propusnosti
- $A$  - površina protjecanja
- $H$  - ukupni potencijal
- $L$  - duljina protjecanja

$$(H_1 - H_2) / L = i \quad Q / A = q$$

- $i$  - hidraulički gradijent
- $q$  - jedinična ili specifična količina protjecanja (Darcyjeva brzina)

## Teorija tečenja

- Darcyjeva i stvarna brzina protjecanja

$$v = k \cdot i \quad v_s = v / n$$

- $v$  - Darcyjeva brzina
  - $v_s$  - stvarna brzina
  - $n$  - relativna poroznost
- Darcyjev zakon tečenja originalno je izveden za saturirano područje s međuzrnskom poroznošću
  - Zakon vrijedi i za nesaturirano (kapilarno) područje uz primjenu promjenjive vrijednosti koeficijenta propusnosti

## Teorija tečenja

- Stacionarno tečenje

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + Q = 0$$

- $k_x$  - koeficijent propusnosti u smjeru x osi
  - $k_y$  - koeficijent propusnosti u smjeru y osi
- Parcijalna diferencijalna jednadžba za stacionarno tečenje opisuje stanje protjecanja bez promjene volumnog sadržaja vode (količine) tijekom vremena po jedinici volumena
  - U slučaju geoloških materijala promjena volumnog sadržaja vode ovisi o promjeni poreznog tlaka i karakteristikama materijala

## Teorija tečenja

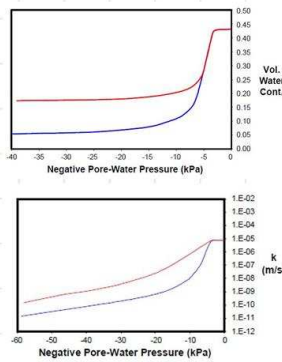
- Promjena volumnog sadržaja vode  $\theta$

$$\partial\theta = m_w \cdot \partial u_w$$

- $m_w$  – nagib krivulje uskladištenja
- $u_w$  – porni tlak

$$u_w = \gamma_w(H - y)$$

- Promjena koeficijenta propusnosti  $k$



## Teorija tečenja

- Nestacionarno tečenje

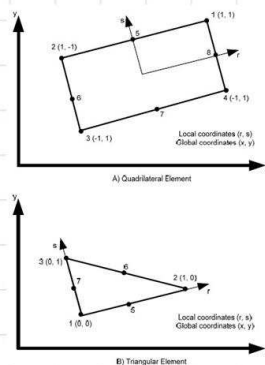
$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + Q = m_w \cdot \gamma_w \frac{\partial H}{\partial t}$$

- $t$  – vrijeme

- Parcijalna diferencijalna jednadžba za nestacionarno tečenje opisuje stanje protjecanja uz promjenu volumnog sadržaja vode (količine) tijekom vremena

## Rješavanje sustava metodom konačnih elemenata

- Uvođenje konačnog elementa (četverokutnog i trokutnog sa ili bez sekundarnih točaka)
- Uvođenje ukupnog potencijala  $H$  kao veličine polja  $\{H\}$  – vektor ukupnog potencijala
- Definicija interpolacijskih funkcija  $N$  u točkama  $\langle N \rangle$  – vektor interpolacijskih funkcija



## Rješavanje sustava metodom konačnih elemenata

- Distribucija potencijala unutar konačnog elementa

$$h = \langle N \rangle \{H\}$$

- Matrica gradijenata [B]

$$i_x = \frac{\partial h}{\partial x} = \langle \frac{\partial N}{\partial x} \rangle \{H\} \quad i_y = \frac{\partial h}{\partial y} = \langle \frac{\partial N}{\partial y} \rangle \{H\}$$

- Matrica koeficijenata propusnosti

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} C_{11} &= k_x \cos^2 \alpha + k_y \sin^2 \alpha \\ C_{22} &= k_x \sin^2 \alpha + k_y \cos^2 \alpha \\ C_{21} &= C_{12} \\ C_{12} &= k_x \sin \alpha \cos \alpha + k_y \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned}$$

## Rješavanje sustava metodom konačnih elemenata

- Matrica mase (usklađivanja)

$$[M] = \tau \int_A (m_w \cdot \gamma_w \langle N \rangle \langle N \rangle^T) \cdot dA$$

- $\tau$  - debljina elementa
- $A$  - površina elementa

- Vektor toka na granici

$$\{Q\} = q\tau \int_L \langle N \rangle^T \cdot dL$$

- $q$  - jedinični protok na granici
- $L$  - duljina granice elementa

## Rješavanje sustava metodom konačnih elemenata

- Jednadžba konačnog elementa

$$\tau \int_A ([B]^T [C] [B]) \cdot dA \cdot \{H\} + \tau \int_A (m_w \cdot \gamma_w \langle N \rangle \langle N \rangle^T) \cdot dA \cdot \{H\}, t \\ = q\tau \int_L \langle N \rangle^T \cdot dL$$

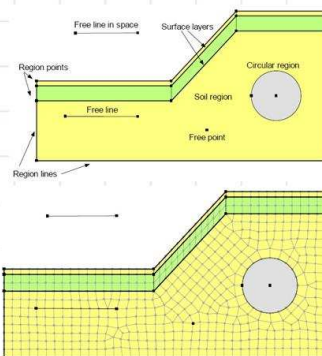
- Integracija jednadžbe konačnog elementa u programu SEEP/W odvija se Gaussovom metodom numeričke integracije
- Rješavanje globalnog sustava jednadžbi u programu SEEP/W moguće je direktnom metodom (Gaussova metoda eliminacije) i paralelno direktnom metodom (komprimiranjem matrice)

## Postavljanje modela i zadavanje ulaznih veličina

- Postavljanje modela
  - Postavljanje geometrije modela
  - Diskretizacija modela - podjela modela na određeni (konačni) broj elemenata jednostavnih geometrija
  - Određivanje karakteristika konačnih elemenata
- Zadavanje posebnih konstrukcija i mreža konačnih elemenata
  - Interface elementi
  - Mreža površinskog sloja
  - Mreža produljenih rubnih elemenata
- Odabir modela materijala i zadavanje pripadnih značajki
- Zadavanje rubnih uvjeta

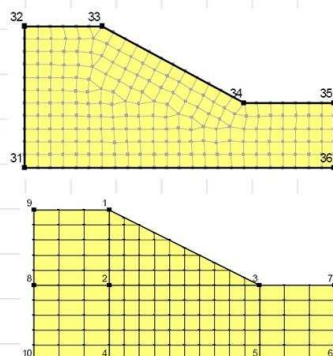
## Postavljanje modela

- Postavljanje geometrije modela
  - Zadavanje točaka
  - Kreiranje poligona
  - Kreiranje slobodnih linija i točaka
- Diskretizacija modela
  - Određivanje vrste mreže i vrste konačnih elemenata
  - Određivanje gustoće podjele mreže



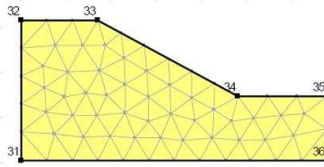
## Vrste mreža

- Mješovita nestruktuirana mreža konačnih elemenata četverokutnih i trokutnih oblika
- Mješovita struktuirana mreža konačnih elemenata četverokutnih, trapeznih i trokutnih oblika

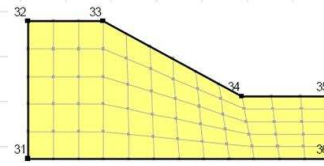


## Vrste mreža

- ❑ Nestrukturirana mreža trokutnih elemenata

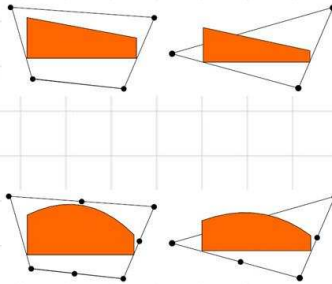


- ❑ Kvadratna mreža četverokutnih elemenata



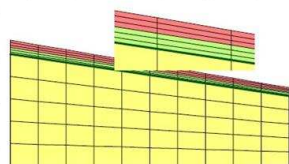
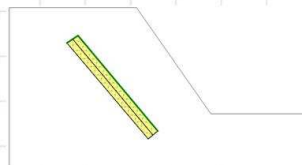
## Karakteristike konačnih elemenata

- ❑ Oblik i red konačnih elemenata određuju broj čvornih točaka
- ❑ Stupanj slobode određen je brojem primarnih varijabli
- ❑ Distribucija primarnih varijabli ovisi o redu konačnog elementa
- ❑ Ukupan broj jednadžbi sustava direktno ovisi o broju čvornih točaka i stupnju slobode
- ❑ Sekundarne varijable određuju se u Gaussovima točkama integracije



## Zadavanje posebnih konstrukcija i mreža konačnih elemenata

- ❑ Interface elementi
  - Model diskontinuiteta pridružen određenoj liniji
  - Model diskontinuiteta pridružen elementima mreže generiranih uz određenu liniju
- ❑ Mreža površinskog sloja
- ❑ Mreža produljenih rubnih elemenata



## Modeli materijala

- ❑ Nul model – koristi se za dio materijala koji se isključuje iz proračuna
- ❑ Saturirani model - predstavlja model koji odgovara uvjetima procjeđivanja potpuno saturiranog materijala
- ❑ Saturirani/nesaturirani model – predstavlja model koji odgovara uvjetima procjeđivanja saturiranog i nesaturiranog materijala
- ❑ Interface model – predstavlja model koji odgovara procjeđivanju linijskih objekata bilo kao nepropusnih barijera ili drenažnih sustavima
  - Koeficijent normalne propusnosti  $k_n$
  - Koeficijent tangencijalne propusnosti  $k_t$

## Saturirani model materijala

- ❑ Koeficijent propusnosti  $k$ 
  - $k_x$ , omjer koeficijenata i smjer anizotropije
  - Određuje se laboratorijskim ili terenskim ispitivanjima
- ❑ Volumni sadržaj vode  $\theta$

$$\theta = n \cdot S$$

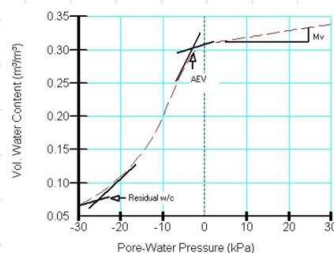
- $n$  – poroznost
- $S$  – stupanj saturiranosti (1)
- ❑ Koeficijent kompresibilnosti  $M_v$

$$M_v = 1 / M$$

- $M$  – modul elastičnosti u edometarskom pokusu

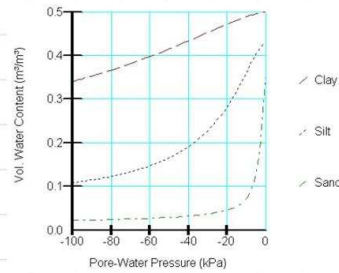
## Saturirani/nesaturirani model materijala

- ❑ Funkcija volumnog sadržaja vode  $\theta$ 
  - AEV - (air entry value) vrijednost tlaka za početak dreniranja
  - Koeficijent kompresibilnosti  $M_v$
  - $\theta_r$ ,  $S_r$  – rezidualne vrijednosti sadržaja vode i stupnja saturacije
- ❑ Funkcija propusnosti  $k$



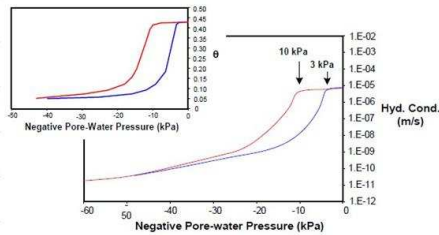
## Saturirani/nesaturirani model materijala

- Način određivanja funkcije volumnog sadržaja vode  $\theta$ 
  - Laboratorijskim postupcima ispitivanja
  - Procjenom pomoću raznih metoda proračuna
  - Procjenom na temelju tipičnih vrijednosti za karakteristične materijale



## Saturirani/nesaturirani model materijala

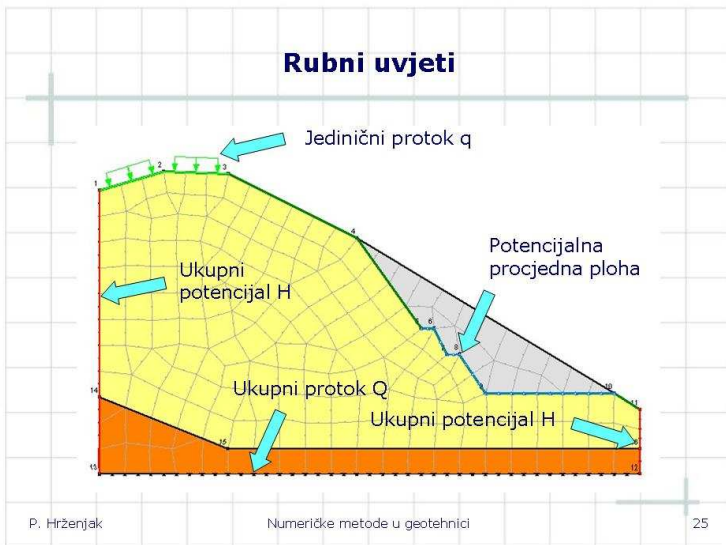
- Način određivanja funkcije propusnosti  $k$ 
  - Procjenom pomoću raznih metoda proračuna
  - Procjenom na temelju odnosa funkcije volumnog sadržaja vode



## Rubni uvjeti

- Svrha i značaj rubnih uvjeta – postavljanje fizikalnih uvjeta na model procjeđivanja koji imaju ključnu ulogu na dobivanje rješenja numeričkog modela
- Pozicije definiranja rubnih uvjeta – točke i linije po rubu modela te slobodne točke i linije unutar mreže konačnih elemenata
- Vrste rubnih uvjeta
  - Osnovni rubni uvjeti – odnose se na uvjete koji se zadaju preko primarnih varijabli (ukupni potencijal, porni pritisci)
  - Izvedeni rubni uvjeti – odnose se na uvjete koji se zadaju preko sekundarnih varijabli (ukupni protok, jedinični protok, gradijent te potencijalna procijedna ploha)
- Rubni uvjeti za stacionarno i nestacionarno tečenje



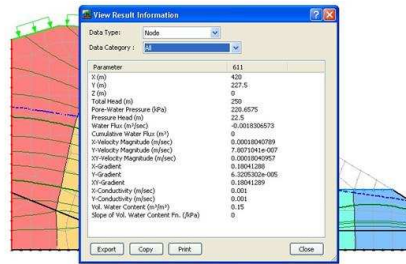


- ### Vrste proračuna
- Proračun u stacionarnom režimu procjeđivanja – nepromjenjivo stanje tijekom vremena
  - Proračun u nestacionarnom režimu procjeđivanja – promjenjivo stanje s obzirom na rubne i početne uvjete
    - Zadavanje početnog stanja (najčešće pomoću rješenja u stacionarnom režimu ili prethodnog rješenja u nestacionarnom režimu procjeđivanja )
    - Zadavanje promjenjivih uvjeta s obzirom na materijale, stanje naprezanja i rubne uvjete
    - Zadavanje vremenskog koraka
  - Simultani (udvojeni) proračuni – višefazni naizmjenični proračuni procjeđivanja i proračuna drugih fizikalnih stanja kao na primjer proračun stanja naprezanja i deformacija
- P. Hrženjak      Numeričke metode u geotehnici      26

- ### Prikaz i vrednovanje rezultata proračuna
- Izvješće tijekom i nakon provedbe proračuna
  - Pregled izračunatih vrijednosti u pojedinim čvornim točkama na karakterističnim pozicijama modela
    - Provjera zadanih vrijednosti u točkama rubnih uvjeta
    - Pregled i ocjena izračunatih vrijednosti najznačajnijih veličina
  - Kreiranje i grafički prikaz rješenja karakterističnih veličina
    - Grafički prikazi raspodjela (ukupnog potencijala, pornih pritiska, brzina procjeđivanja, gradijenata, ...)
    - Strujnice i vektori brzina
    - Dijagrami izračunatih vrijednosti za odabrani niz točaka
  - Vrednovanje (ocjena) dobivenih rezultata proračuna u odnosu na postavke i zakonitosti teorije tečenja
- P. Hrženjak      Numeričke metode u geotehnici      27

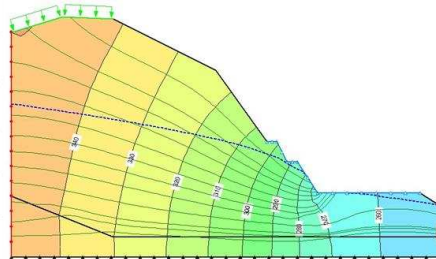
## Prikaz i vrednovanje rezultata proračuna

- Pregled izračunatih vrijednosti u pojedinim čvornim točkama na karakterističnim pozicijama modela



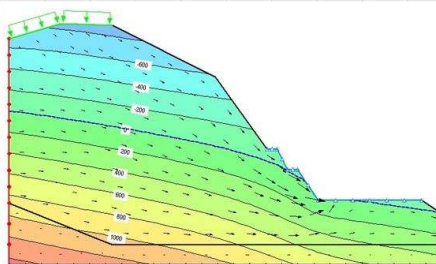
## Prikaz i vrednovanje rezultata proračuna

- Raspodjela ukupnog potencijala uz prikaz strujnica i piezometarske visine



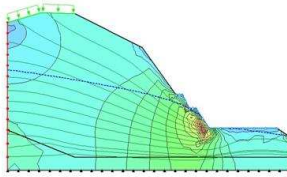
## Prikaz i vrednovanje rezultata proračuna

- Raspodjela poretnih pritisaka i prikaz vektora brzina strujanja

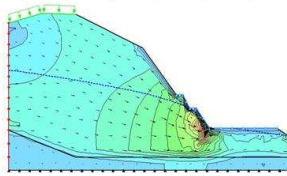


## Prikaz i vrednovanje rezultata proračuna

- ❑ Raspodjela gradijenata i prikaz strujnica



- ❑ Raspodjela xy brzina i prikaz vektora brzina strujanja



## Prikaz i vrednovanje rezultata proračuna

- ❑ Dijagrami izračunatih vrijednosti za odabrani niz točaka

