

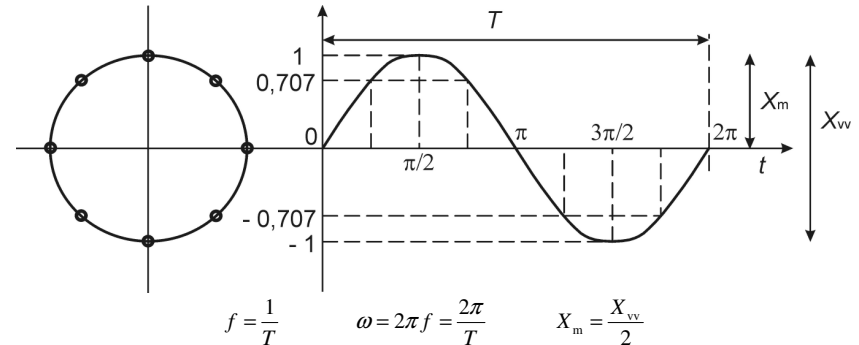
Sadržaj

SADRŽAJ	93
IZMJENIČNE STRUJE	94
KONSTRUKCIJA SINUSOIDE I VEKTORSKI PRIKAZ	94
EFEKTIVNA VRIJEDNOST IZMJENIČNIH SINUSOIDALNIH VELIČINA	94
MATEMATIČKA INTERPRETACIJA FAZNOG POMAKA	95
PASIVNI ELEMENTI U IZMJENIČNIM STRUJNIM KRUGOVIMA	97
SERIJSKI, PARALELNI SPOJ IMPEDANCIJA	100
IZMJENIČNA STRUJA - ZADACI	102
SNAGA IZMJENIČNE STRUJE – JEDNOFAZNA TROŠILA	107
SNAGA IZMJENIČNE STRUJE – TROFAZNA TROŠILA	107
IDEALNI TRANSFORMATOR	110
SIMBOLIČKA METODA RJEŠAVANJA IZMJENIČNIH STRUJNIM KRUGOVA	111
ZADACI ZA VJEŽBU	113
RJEŠENJA	114

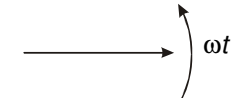
Izmjenične struje

Konstrukcija sinusoide i vektorski prikaz

Projekcija na y os predstavlja sinus.



Sinusoida se može prikazati kao vektor, veličine efektivne vrijednosti, koji rotira kružnom frekvencijom ωt u smjeru suprotno od smjera kazaljke na satu i ocrtaiva envelopu sinusoide.



Efektivna vrijednost izmjeničnih sinusoidalnih veličina

Efektivna vrijednost se definira preko snage utrošene na radnom trošilu.

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

Ako je struja oblika: $i(t) = I_m \sin \omega t$

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (I_m \sin \omega t)^2 dt} = \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t \cdot dt} =$$

uz rješenje integrala: $\int \sin^2 ax \, dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4a} \sin 2ax$

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \left(\frac{1}{2}t - \frac{1}{4\omega} \sin 2\omega t \right) \Big|_0^T} =$$

pad napona na zavojnici će biti:

$$u_L = L \frac{dI_{\max} \sin(\omega t)}{dt} = L \frac{d}{dt} I_{\max} \sin(\omega t) = L \cdot I_{\max} \frac{d}{dt} \sin(\omega t) = \underbrace{\omega L}_{\text{induktivni otpor } X_L} \cdot I_{\max} \cos(\omega t)$$

$$u_L = X_L \cdot I_{\max} \cos(\omega t)$$

pad napona na kondenzatoru će biti:

$$u_C = \frac{1}{C} \int I_{\max} \sin(\omega t) \cdot dt = \frac{1}{C} I_{\max} \int \sin(\omega t) \cdot dt = \underbrace{\frac{1}{\omega \cdot C}}_{\text{kapacitivni otpor } X_C} I_{\max} (-\cos(\omega t))$$

$$u_C = X_C \cdot I_{\max} (-\cos(\omega t))$$

odnosno napon izvora jednak je:

$$u = R \cdot I_{\max} \sin(\omega t) + X_L \cdot I_{\max} \cos(\omega t) + X_C \cdot I_{\max} (-\cos(\omega t))$$

Uz jednakovrijednost $\cos(\alpha) = \sin(\alpha + 90)$ i $(-\cos(\alpha)) = \sin(\alpha - 90)$ dobivamo:

$$u = R \cdot I_{\max} \sin(\omega t) + X_L \cdot I_{\max} \sin(\omega t + 90) + X_C \cdot I_{\max} \sin(\omega t - 90)$$

Ova jednadžba govori da napon zavojnice prethodi struji a napon kondenzatora kasni u odnosu na struju. To kašnjenje zovemo fazni pomak koji za idealnu zavojnicu i kondenzator jednak je $\pm 90^\circ$.

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \left(\frac{1}{2} \cdot T - \underbrace{\frac{1}{4\omega} \sin 2 \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot T}_0 - \frac{1}{2} \cdot 0 + \underbrace{\frac{1}{4\omega} \sin 2 \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot 0}_0 \right)} =$$

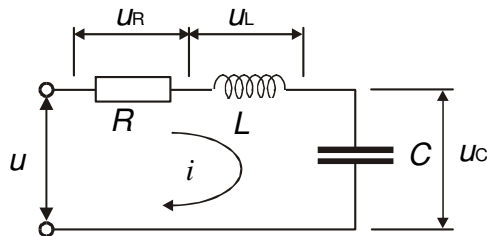
$$I_{ef} = \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \cdot \frac{T}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Odnosno za bilo koju sinusnu veličinu X: $X_{ef} = \frac{X_m}{\sqrt{2}}$

Matematička interpretacija faznog pomaka

Pretpostavimo jedan strujni krug kao na slici koji je priključen na izvor izmjeničnog napona nekog oblika.



Strujni krug prema slici, rješava se postavljanjem diferencijalne jednadžbe sukladno Kirchhoffovom zakonu za napone:

Pad napona na otporniku jednak je: $u_R = i \cdot R$,

pad napona na zavojnici jednak je: $u_L = L \frac{di}{dt}$

pad napona na kondenzatoru jednak je: $u_C = \frac{1}{C} \int i \cdot dt$

odnosno napon izvora jednak je: $u = i \cdot R + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i \cdot dt$

Ako upotrijebimo **izvor napona sa sinusnim oblikom** poteći će struja jednakog oblika kroz sve elemente, sinusnog oblika: $i = I_{\max} \cdot \sin(\omega t)$,

I_{\max} - amplituda (maksimalna vrijednost)

Pad napona na otporu će biti: $u_R = R \cdot I_{\max} \sin(\omega t)$,

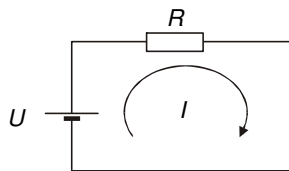
Pasivni elementi u izmjeničnim strujnim krugovima

Ponašanje pasivnih elemenata u strujnim krugovima, u odnosu na karakter napona/struje:

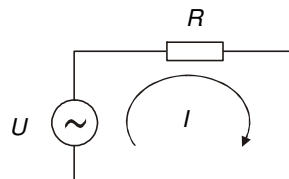
	OTPOR Istosmjerni karakter (DC) napona/struje	IMPEDANCIJA Izmjenični karakter (AC) napona/struje
otpor iznosa R	R	R
induktivitet iznosa L	0	$X_L = 2\pi \cdot f \cdot L$
kapacitet iznosa C	∞	$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$

Impedancija Z je vektorski zbroj otpora koji se nalaze u strujnom krugu.

Otpor – istosmjerna struja



Otpor – izmjenična struja

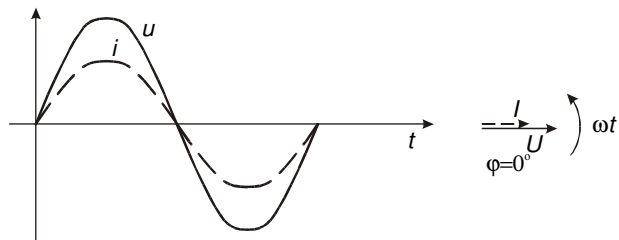


Fazni pomak: $\varphi = 0$

$$\underline{Z} = R$$

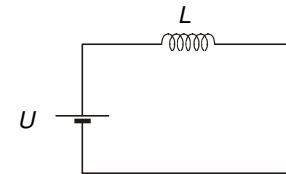
$$|Z| = R$$

Odnos napona i struje na otporniku (sinusoide i vektori)

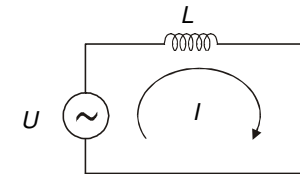


(U i I su efektivne vrijednosti)

Zavojnica – istosmjerna struja



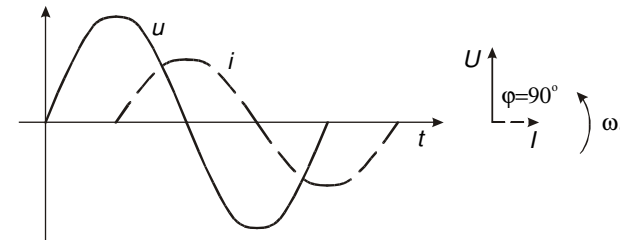
Zavojnica – izmjenična struja



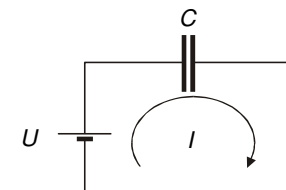
Fazni pomak: $\varphi = +90$

$$\underline{Z} = jX_L$$

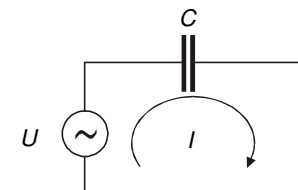
$$|Z| = X_L$$



Kondenzator – istosmjerna struja



Kondenzator – izmjenična struja

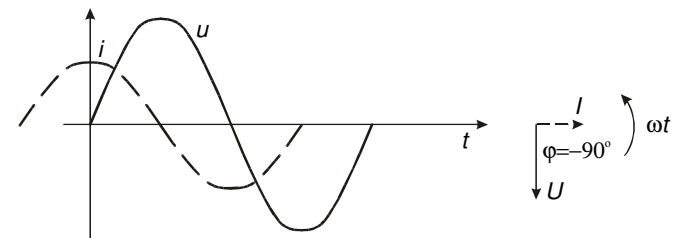


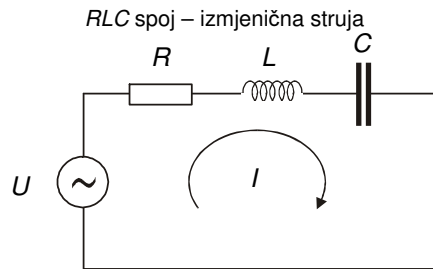
Fazni pomak: $\varphi = -90$

$$\underline{Z} = -jX_C$$

$$|Z| = X_C$$

Odnos napona i struje na kondenzatoru (sinusoide i vektori)



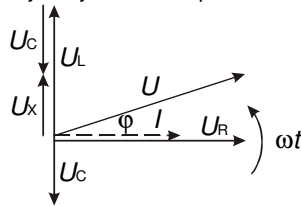


$$\underline{Z} = R + jX_L - jX_C$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Ako je: $X_L = X_C$
tada je impedancija: $Z = R$

Vektorski dijagram RLC serijske kombinacije
(otpor zavojnice je veći od otpora kondenzatora)



Rezonancija:

Pojava kada je u nekom strujnom krugu imaginarni dio $Im(Z)=0$. Rezonancija može biti serijska ili paralelna. Opasna je za elemente jer se naponi zavojnice i kondenzatora međusobno poništavaju, gledano sa priključnica, ali naponi na pojedinačnim elementima mogu biti iznimno veliki!!!

Rezonancija uz serijski spojen RLC strujni krug:

Impedancija ovakvog strujnog kruga jednaka je:

$$\underline{Z} = R + jX_L - jX_C$$

Imaginarni dio strujnog kruga je dio prethodne jednadžbe sa imaginarnom komponentom:

$$Im(Z) = jX_L - jX_C = 0 \quad \text{tj.} \quad X_L = X_C \quad \text{što se može napisati kao:}$$

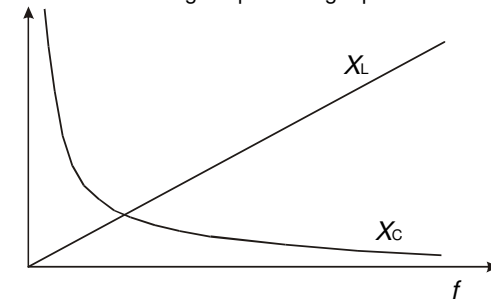
$$2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \quad \text{iz čega se može izračunati frekvencija serijske}$$

rezonancije, tj. induktivitet ili kapacitet ako su poznata ostala dva parametra.

Serijski, paralelni spoj impedancija

Veličina	Serijski spoj	Paralelni spoj
Ukupna impedancija Z ili vodljivost G	$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2$, gdje je: $X_L = L\omega$, $X_C = \frac{1}{C\omega}$	$G^2 = G_R^2 + (G_L - G_C)^2$, gdje je $G = \frac{1}{Z}, G_R = \frac{1}{R}, G_L = \frac{1}{L\omega}$ $G_C = C\omega$
Jakosti struja (efektivne)	$I = \frac{U}{Z}$	$I_R = U \cdot R, I_L = U \cdot G_L, I_C = U \cdot G_C$, $I^2 = I_R^2 + (I_L - I_C)^2$
Naponi (efektivni)	$U_R = I \cdot R, U_L = I \cdot X_L$, $U_C = I \cdot X_C$ $U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$	$U = I \cdot G = I_R \cdot G_R = I_L \cdot G_L = I_C \cdot G_C$
Rezonantna kružna frekvencija	$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
Jakost struje kroz otpor R kod rezonancije	$I_r = \frac{U}{R}$, maksimalna vrijednost	$I_r = \frac{U}{R}$, u zajedničkom dijelu kruga jakost struje ≈ 0
Napon na zavojnici i kondenzatoru kod rezonancije	$U_L = U_C = I_r \cdot L \cdot \omega_r = \frac{I_r}{C \cdot \omega_r}$	$U_r = I_r \cdot R$
Jakost struje kroz zavojnicu i kondenzator kod rezonancije	$I_L = I_C = I_r = \frac{U}{R}$	$I_L = I_C = \frac{U_L}{\omega_r \cdot L} = U_r \cdot \omega_r \cdot C$
Razlika faza	$\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$	$\tan \varphi = R(G_L - G_C)$

Ovisnost induktivnog i kapacitivnog otpora o frekvenciji



Simbolička metoda u elektrotehnici izmjeničnih struja

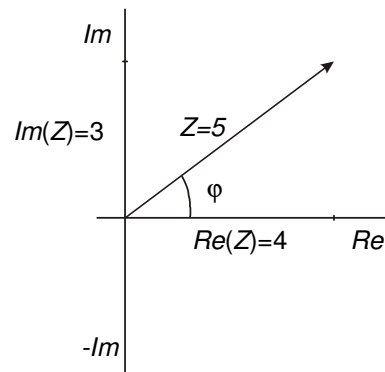
Vektori se crtaju u kompleksnoj ravni i umjesto diferencijalnih jednadžbi koristi se proračun sa kompleksnim brojevima. Umjesto oznake $i = \sqrt{-1}$ za kompleksni broj koristi se oznaka $j = \sqrt{-1}$ kako ne bi došlo do miješanja sa oznakom struje.

Kompleksni broj se može izraziti kao:

$$\underline{Z} = a + jb \quad \text{gdje je: } j^2 = -1, \text{ odnosno } j = \sqrt{-1}$$

Realni dio jednak je $\text{Re}(Z) = a$, imaginarni dio $\text{Im}(Z) = b$

Npr. broj $\underline{Z} = 4 + j3$ ima ukupnu impedanciju jednaku $Z = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$, a u kompleksnoj ravni se može prikazati kao:



Za pasivne elemente vrijedi:

$$R = R$$

$$X_L = j\omega L$$

$$X_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j\omega C} \cdot \frac{-j}{-j} = -j \frac{1}{\omega C}$$

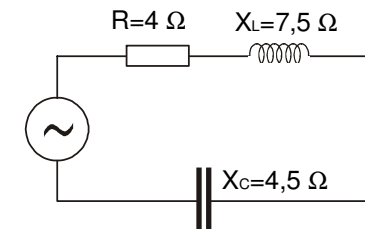
IZMJENIČNA STRUJA - zadaci

- 7.1. Koliko okretaja u minuti mora biti brzina vrtnje plosnatog svitka u polju jednog para magnetskih polova, da bi se time proizveo napon frekvencije 50Hz ?

$$f = \frac{n \cdot p}{60} \quad p = \text{broj pari polova}$$

$$n = \frac{f \cdot 60}{p} = \frac{50 \cdot 60}{1} = 3000 \text{ okr / min}$$

- 7.2. Koliko je impedancija između točaka A i B spoja na slici 7-1?



Slika 7-1.

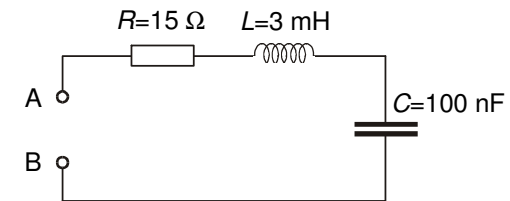
NE SMIJE SE LINEARNO ZBRAJATI!

$$\underline{Z} = R + jX = R + j(X_L - X_C) = 4 + j3 \Omega$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \Omega$$

- 7.3. Kolika je impedancija između točaka A i B ako je frekvencija priključenog napona između točke A i B jednaka rezonantnoj frekvenciji kruga? Kolika je ta frekvencija?

UVJET MAKSIMALNE STRUJE => REZONANCIJA



Slika 7-2.

U rezonanciji $Z = R = 15\Omega$ jer je $X_L = X_C$, iz čega se dobiva:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad \omega^2 = \frac{1}{LC} \quad f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot 100 \cdot 10^{-9} \text{ F}}} = 9188 \text{ Hz}$$

- 7.4. U seriju su spojeni otpornik od 10 Ω, zavojnica induktivnog otpora 50 Ω i kondenzator kapacitivnog otpora od 10 Ω. Izračunajte ukupnu struju, induktivitet zavojnice, kapacitet kondenzatora i napone na svim pojedinačnim elementima ako je priključen napon napajanja od 100 V, frekvencije 50 Hz?

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{10^2 + (50 - 10)^2} = \sqrt{10^2 + (40)^2} = 41,23 \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100 \text{ V}}{41,23 \Omega} = 2,42 \text{ A}$$

$$X_L = \omega \cdot L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{50}{2\pi \cdot 50} = 0,159 \text{ H}$$

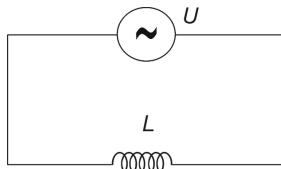
$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega \cdot X_C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 10 \Omega} = 318,3 \mu\text{F}$$

$$U_R = I \cdot R = 2,42 \text{ A} \cdot 10 \Omega = 24,2 \text{ V}$$

$$U_L = I \cdot X_L = 2,42 \text{ A} \cdot 50 \Omega = 121 \text{ V}$$

$$U_C = I \cdot X_C = 2,42 \text{ A} \cdot 10 \Omega = 24,2 \text{ V}$$

- 7.5. Koliki je induktivitet zavojnice priključene na napon od 230 V, frekvencije 50 Hz ako kroz tu zavojnicu teče struja jakosti 0,23 A?

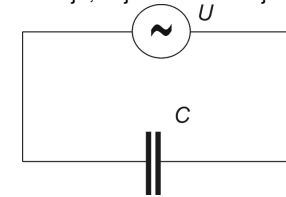


Slika 7-3.

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{X_L} \quad X_L = \frac{U}{I} = \frac{230 \text{ V}}{0,23 \text{ A}} = 1000 \Omega$$

$$X_L = \omega \cdot L \quad L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{1000}{2\pi \cdot 50} = \frac{10}{\pi} = 3,18 \text{ H}$$

- 7.6. Kondenzator kapaciteta 3,18 μF priključen je na napon od 230 V frekvencije 50 Hz. Kolika je jakost struje, koja teče kroz taj kondenzator?



Slika 7-4.

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{X_C} \quad X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 3,18 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 1000,974 \Omega = 1 \text{ k}\Omega$$

$$I = \frac{230 \text{ V}}{1000 \Omega} = 0,23 \text{ A}$$

- 7.7. Odredite efektivnu vrijednost, frekvenciju i periodu napona zadanog sljedećom jednadžbom: $u = (1,41 \cdot \sin(628 \cdot t)) \cdot 10^3 \text{ V}$.

Standardni oblik ima jednadžbu: $u = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

$$U_{\text{ef}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{1,41 \cdot 10^3}{\sqrt{2}} = 1 \text{ kV}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{628 \text{ s}^{-1}}{2\pi} = 100 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{100 \text{ Hz}} = 0,01 \text{ s}$$

- 7.8. Kolika je prividna i radna snaga koju daje jednofazni izmjenični izvor, ako mu je napon jednak $u = 141 \cdot \sin \omega t$ V, a struja $i = 2,82 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$ A?

Odnosi snaga izmjeničnog sustava	
Pogledajmo kako se ponašaju prividna, radna i jalova snaga za vektor napona iznosa 10 V i vektor struje od 10 A, uz fazni pomak 0° , 45° i 90° .	
$\varphi=0$ $I=10$ A $U=10$ V	$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 10 \text{ V} \cdot 10 \text{ A} \cdot 1 = 100 \text{ W}$ $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = 10 \text{ V} \cdot 10 \text{ A} \cdot 0 = 0 \text{ Var}$ $S = U \cdot I = 100 \text{ VA}$, odnosno $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 100 \text{ VA}$
$I=10$ A $U=10$ V	$P = 10 \text{ V} \cdot 10 \text{ A} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 70,7 \text{ W}$ $Q = 10 \text{ V} \cdot 10 \text{ A} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 70,7 \text{ Var}$ $S = \sqrt{70,7^2 + 70,7^2} = \sqrt{\left(100 \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(100 \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} =$ $= \sqrt{100^2 \cdot \left(\frac{2}{4} + \frac{2}{4}\right)} = \sqrt{100^2 \cdot 1} = 100 \text{ VA}$
$I=10$ A $U=10$ V	$P = 10 \text{ V} \cdot 10 \text{ A} \cdot 0 = 0 \text{ W}$ $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = 10 \text{ V} \cdot 10 \text{ A} \cdot 1 = 100 \text{ Var}$ $S = U \cdot I = 100 \text{ VA}$

Efektivna vrijednost napona je: $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 100 \text{ V}$, struje $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 2 \text{ A}$, a fazni pomak između napona i struje jednak je $\varphi = 60^\circ$

Prividna snaga jednaka je:
 $S = U \cdot I = 100 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} = 200 \text{ VA}$

Radna snaga jednaka je:
 $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 100 \text{ W}$

Jalova snaga jednaka je:
 $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = 173,2 \text{ Var}$

- 7.9. Kolika je tjemena vrijednost faznog napona nekog trofaznog sustava ako mu je efektivna vrijednost 1 kV? Kolike su efektivna i tjemena vrijednost linijskog napona istog sustava?

FAZNI napon – napon između bilo koje **FAZE** i **NUL** vodiča (L1-N, L2-N, L3-N)

LINIJSKI napon – napon između bilo koje dvije **FAZE** (L1-L2, L2-L3, L3-L1)

$$U_{f.m} = \sqrt{2} \cdot U_{f.ef} = 1,41 \text{ kV}$$

$$v = \frac{a}{2} \sqrt{3}$$

$$U_L = \frac{2}{3} v$$

$$U_{L.m} = \sqrt{3} \cdot U_{f.m} = 2,44 \text{ kV}$$

$$U_{L.ef} = \frac{U_{L.m}}{\sqrt{2}} = 1,73 \text{ kV}$$

- 7.10. Izračunajte ukupnu snagu trofaznog trošila ako su poznate vrijednosti struja i napona?

Fazni naponi:

$$u_1 = 141 \cdot \sin \omega t$$

$$u_2 = 141 \cdot \sin(\omega t + 120^\circ)$$

$$u_3 = 141 \cdot \sin(\omega t + 240^\circ)$$

Fazne struje:

$$i_1 = 141 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ)$$

$$i_2 = 141 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$$

$$i_3 = 141 \cdot \sin(\omega t + 180^\circ)$$

simetrično trošilo, fazni pomak je jednak: $\varphi = 60^\circ$.

$$P = 3 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi = 3 \cdot \frac{141}{\sqrt{2}} \text{ V} \cdot \frac{141}{\sqrt{2}} \text{ A} \cdot 0,5 = 15 \text{ kW}$$

Radna snaga – odnosi se na sustav bez obzira na spoj

$$P = 3 \cdot \underbrace{U_f \cdot I_f}_{\text{fazni napon i struja}} \cdot \cos \varphi$$

(Marinović, OEE1, str.199)

$$P = \sqrt{3} \cdot \underbrace{U_L \cdot I_L}_{\text{linijski napon i struja}} \cdot \cos \varphi$$

(linijske vrijednosti se uvijek mogu mjeriti na vodičima koji ulaze u trošilo)

SNAGA IZMJENIČNE STRUJE – JEDNOFAZNA TROŠILA

	Jednadžba	Mjerna jedinica	Oznaka
Prividna snaga	$S = U_f \cdot I_f$	volt amper	VA
Radna snaga	$P = U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi$	vat	W
Jalova snaga	$Q = U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi$	volt amper reaktivni	Var

SNAGA IZMJENIČNE STRUJE – TROFAZNA TROŠILA

Spoi trošila u trokut Δ:

$$U_f = U_L$$

Za napon i struju vrijedi:

$$I_f = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$$

	Jednadžba	Mjerna jedinica	Oznaka
Prividna snaga	$S = 3 \cdot U_f \cdot I_f = 3 \cdot U \cdot \frac{I_L}{\sqrt{3}} =$ $S = \sqrt{3} \cdot U_f \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L$	volt amper	VA
Radna snaga	$P = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi$	vat	W
Jalova snaga	$Q = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin \varphi$	voltamper reaktivni	Var

Spoi trošila u zvijezdu Y:

$$U_f = \frac{U_L}{\sqrt{3}}$$

Za napon i struju vrijedi:

$$I_f = I_L$$

	Jednadžba	Mjerna jedinica	Oznaka
Prividna snaga	$S = 3U_f \cdot I_f = 3 \cdot \frac{U_L}{\sqrt{3}} \cdot I_f$ $S = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot U_L I_L$	volt amper	VA
Radna snaga	$P = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cos \varphi$	vat	W
Jalova snaga	$Q = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \sin \varphi$	voltamper reaktivni	Var

Linijske vrijednosti – bitno, jer se uvijek može izmjeriti U_L i I_L

Uz jednake linijske napone U_L i jednake otpore trošila R , odnos snaga pri prespajanju trošila iz trokuta u zvijezdu jednak je:

$$\frac{P_\Delta}{P_Y} = 3$$

Tipične veličine struja trošila u ovisnosti o snazi i vrsti trošila (jednofazno/trofazno)

Jednofazno trošilo pri naponu od 230 V		Trofazno trošilo pri linijskom naponu od 400 V i umnožak $\eta \cdot \cos \varphi = 0,8$	
Snaga trošila	Struja trošila	Snaga trošila	Linijska struja
100 W	0,44 A	100 W	0,18 A
1 kW	4,4 A	1 kW	1,8 A
10 kW	44 A	10 kW	18 A

7.11. Trofazni motor daje snagu od 10 kW pri naponu od 400 V. Faktor snage mu je 0,81 a korisnost 0,89. Koliku struju uzima iz mreže?

Snaga označena na motoru predstavlja snagu koju motor može dati na osovini. Zbog gubitaka motor vuče veću snagu iz mreže!

Električna snaga koju motor vuče iz mreže je ovisna o linijskom naponu i struji (bez obzira na vrstu spoja namota motora):

$$P_{EL} = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

Korisnost se definira kao odnos između korisne snage (na osovini) i snage koju motor troši iz mreže.

$$\eta = \frac{P_{korisna}}{P_{utrošena}} = \frac{P_{motora}}{P_{EL}}$$

slijedi struja koju motor vuče iz mreže (struja u svakom od triju vodiča faze):

$$I_L = \frac{P_{EL}}{\sqrt{3} \cdot U_L \cdot \cos \varphi} = \frac{P_{motora}}{\sqrt{3} \cdot U_L \cdot \eta \cdot \cos \varphi}$$

$$I_L = 20 \text{ A}$$

7.12. Trošilo priključeno na mrežu napona 230 V i frekvencije 50 Hz ima induktivni faktor snage 0,7. Ako je radna snaga trošila 2,2 kW, koliki treba biti kapacitet kondenzatora da bi se faktor snage povisio na 0,95 ?

$$Q_C = Q_L - Q_{L1} \quad \text{jalova snaga kapacitivnog karaktera}$$

$$Q_L - \text{početna jalova snaga, induktivnog karaktera}$$

$$Q_{L1} - \text{smanjena jalova snaga induktivnog karaktera}$$

(nakon dodavanja kondenzatora)

Izračuna se trenutni fazni pomak:

$$\varphi = \arccos 0,7 = 45,57^\circ$$

i početna jalova snaga:

$$\frac{Q_L}{P} = \operatorname{tg} \varphi$$

$$Q_L = P \cdot \operatorname{tg} \varphi = 2,24 \text{ kVar}$$

$$\varphi_1 = \arccos 0,95 = 18,19^\circ$$

i nakon toga jalova snaga nakon kompenzacije jalove energije:

$$\frac{Q_{L1}}{P} = \operatorname{tg} \varphi_1$$

$$Q_{L1} = P \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 = 0,723 \text{ kVar}$$

Jalova snaga kapacitivnog karaktera jednaka je:

$$Q_C = Q_L - Q_{L1} = P(\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi_1) = 1,52134 \text{ kVar}$$

Ohmov zakon za impedancije daje:

$$Q_C = \frac{U^2}{X_C} = \omega \cdot C U^2 \quad \rightarrow \quad C = \frac{Q_C}{\omega U^2} = \frac{1,52134 \cdot 10^3 \text{ Var}}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 230^2 \text{ V}^2}$$

$$C = 91,54 \text{ } \mu\text{F}$$

IDEALNI TRANSFORMATOR

Transformator je električni stroj koji je sastavljen od željezne jezgre i dva električno odvojena svitka, primar i sekundar. Svrha transformatora je prijenos snage sa primara na sekundar, uz mogućnost promjene razina (nivoa) napona i struje.

Prva transformatorska jednažba:

- transformacija napona

$$\frac{U_1}{U_2} = n$$

pri čemu je n prijenosni omjer koji se računa kao $n = \frac{N_1}{N_2}$

gdje je:

N_1 - broj zavoja primarnog svitka

N_2 - broj zavoja sekundarnog svitka

Druge transformatorska jednažba:

- transformacija struja

$$\frac{I_2}{I_1} = n$$

Na osnovi prve dvije jednažbe i upotrebom ohmovog zakona dobivamo jednažbu transformacije otpora.

Treća transformatorska jednažba:

$$\frac{R_1}{R_2} = n^2$$

Simbolička metoda rješavanja izmjeničnih strujnih krugova

U simboličkoj metodi koristi se kompleksni račun za rješavanje složenijih strujnih krugova, gdje nije moguće koristiti pojednostavljenje i standardni način rješavanja zadataka sa izmjeničnom strujom.

Impedancija se može prikazati vektorom čija je duljina određena apsolutnom vrijednošću impedancije, a veličina kuta φ ovisna je o odnosu radne i jalove komponente impedancije. Kut φ zapravo predstavlja fazni pomak između napona i struje kojeg uzrokuje ta impedancija svojom jalovom komponentom. Budući da se svaki vektor može predložiti kompleksnim brojem, impedanciji također pripada kompleksni broj čiji je algebarski oblik:

$$\underline{Z} = R + jX \quad \text{a apsolutna vrijednost računa se kao: } Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

Radna i jalova komponenta impedancije jednaka je:

$$R = Z \cos \varphi \quad X = Z \sin \varphi \quad Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

Uvrštavanjem tih izraza dobiva se algebarski oblik:

$$\underline{Z} = Z \cos \varphi + jZ \sin \varphi \quad \text{gdje je} \quad \begin{array}{l} \underline{Z} - \text{kompleksni broj kao simbol impedancije} \\ Z - \text{apsolutna vrijednost impedancije} \\ \varphi - \text{fazni pomak između struje i napona} \end{array}$$

odnosno eksponencijalni oblik:

$$\underline{Z} = Z e^{j\varphi}$$

Kompleksna impedancija $\underline{Z} = R + jX$ može se zapisati i kao:

$$Z = Z \angle \varphi$$

Predznak imaginarne jedinice ovisi o vrsti jalovog otpora. Ako je impedancija s induktivnim otporom, predznak je pozitivan (+j), a ako sadrži kapacitivni otpor, predznak je negativan (-j).

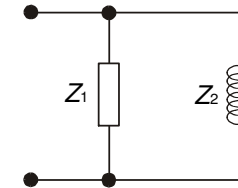
Ako su kompleksni brojevi zapisani u eksponencijalnom obliku, postupak množenja i dijeljenja je jednostavniji:

$$Z_1 \cdot Z_2 = (r_1 e^{j\varphi_1}) \cdot (r_2 e^{j\varphi_2}) = r_1 r_2 e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

$$Z_1 : Z_2 = (r_1 e^{j\varphi_1}) : (r_2 e^{j\varphi_2}) = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

7.13. Odrediti struju kroz spoj prema slici ako je spoj priključen na napon od 100 V.

$$\begin{aligned} Z_1 &= R = 10 \, \Omega \\ Z_2 &= +jX_L = +j10 \, \Omega \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \frac{1}{\underline{Z}} &= \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} = \frac{jX_L + R}{jRX_L} \\ \underline{Z} &= \frac{jR \cdot X_L}{R + jX_L} \cdot \frac{R - jX_L}{R - jX_L} = \frac{jR^2 \cdot X_L + R \cdot X_L^2}{R^2 + X_L^2} \end{aligned}$$

$$\underline{Z} = \frac{R \cdot X_L^2}{R^2 + X_L^2} + j \frac{R^2 \cdot X_L}{R^2 + X_L^2}$$

$$\underline{Z} = \frac{1000}{200} + j \frac{1000}{200} = 5 + j5 \, \Omega$$

$$Z = \sqrt{5^2 + 5^2} = 7,07 \, \Omega \quad \text{sa kutem od } 45^\circ \text{ što se može napisati kao } Z = 7,07 \, \Omega \angle 45^\circ$$

Koristeći eksponencijalni oblik računa se struja prema ohmovom zakonu:

$$U = 100 \, V$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100 \angle 0^\circ}{7,07 \angle 45^\circ}$$

$$I = 14,14 \angle -45^\circ \, A$$

$$\underline{I} = 14,14 \cdot \cos(-45^\circ) + j14,14 \cdot \sin(-45^\circ) = 10 - j10 \, A$$

ZADACI ZA VJEŽBU

1. Kolika struja teče kroz paralelni spoj omskog otpora od $6,4 \Omega$ i induktivnog otpora od $4,8 \Omega$ ako je taj spoj priključen na napon od 96 V ?
2. Svitak induktiviteta 5 H i omski otpor od 1000Ω paralelno su spojeni na napon od 230 V , 50 Hz . Kolika je struja kroz svitak i struja kroz omski otpornik i koliki je među njima fazni pomak?
3. Jednofazni elektromotor priključen na izmjenični napon od 230 V uzima struju jakosti $4,5 \text{ A}$. Njegova radna snaga izmjerena vatmetrom jednak je $0,75 \text{ kW}$. Kolika je njegova prividna snaga, jalova snaga i faktor snage?
4. Elektromotor izmjenične struje uzima pri naponu od 230 V iz mreže struju jakosti 12 A . Koliki je njegov faktor snage ako uz korisnost $\eta=0,9$ predaje osovini snagu od 2 kW ?
5. Trofazni motor daje snagu od 10 KS pri naponu od 500 V . Faktor snage mu je $0,84$, a korisnost $0,86$. Koliku struju uzima iz mreže?
6. Uređaj impedancije $\underline{Z} = 45 - j 28 \Omega$ priključen je na napon od 100 V . Kolika struja protječe kroz uređaj, kolika je njezina djelatna i jalova komponenta i kolik je njezin fazni pomak prema naponu?
7. Koliki otpor \underline{Z}_2 treba vezati serijski s otporom $\underline{Z}_1 = 18 - j 15 \Omega$ da pri naponu od 220 V kroz strujni krug teče samo djelatna (radna) struja jačine 5 A ?
8. Pri kojoj će frekvenciji zavojnica induktiviteta 10 mH imati induktivni otpor 800Ω ?
9. Kolika struja teče zračnom zavojnicom induktiviteta $L=60 \text{ mH}$, ako je priključena na izmjenični napon 230 V frekvencije 50 Hz ? Kolika će biti struja nakon umetanja željezne jezgre s relativnom permeabilnošću od $\mu_r=1000$?

Rješenja

1. $Z = 3,84 \Omega$ $I = 25 \text{ A}$
2. $Z = 843 \Omega$ $I_R = 0,23 \text{ A}$ $I_L = 0,15 \text{ A}$ $\varphi = 32,48^\circ$
3. $S = 1035 \text{ VA}$ $Q = 713 \text{ Var}$ $\cos \varphi = 0,7246$
4. $P = 2222 \text{ W}$ $S = 2760 \text{ VA}$ $\cos \varphi = 0,805$
5. $P = 8558 \text{ W}$ $I = 11,78 \text{ A}$
6. $\underline{I} = 1,762 + j1,096 \text{ A}$ $I = 2,075 \text{ A}$ $\varphi = 31^\circ 54'$
7. $\underline{Z} = 26 + j15 \Omega$
8. $f = 12783 \text{ Hz}$
9. $I_1 = 12,2 \text{ A}$ $I_2 = 12,2 \text{ mA}$