

Sadržaj

ISTOSMJERNI STRUJNI KRUGOVI.....	10
SMJER STRUJE.....	10
SIMBOLI	10
ELEKTRIČNI OTPOR I OVISNOST OTPORA O TEMPERATURI.....	12
OSNOVNI ZAKONI	14
SERIJSKI, PARALELNI I MJEŠOVITI SPOJEVI OTPORA	18
STRUJNI KRUGOVI, ANALIZA	29
STRUJNI KRUGOVI, SINTEZA	35
IDEALNI IZVOR, REALNI IZVOR NAPAJANJA.....	36
SERIJSKO I PARALELNO SPAJANJE IZVORA NAPAJANJA	37
SNAGA ELEKTRIČNE STRUJE	40
STRUJNI KRUGOVI RAZNO.....	41
PUNJENJE I PRAŽNJENJE GALVANSKIH ČLANAKA	53
ZADACI ZA VJEŽBU	56
RJEŠENJA.....	58

ISTOSMJERNI STRUJNI KRUGOVI


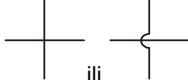



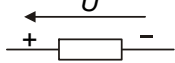
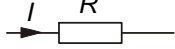
Smjer struje

Tehnički smjer struje – smjer struje kakvog pretpostavljamo pri rješavanju strujnih krugova. STRUJA TEČE OD POZITIVNOG PREMA NEGATIVNOM POLU IZVORA.

Stvarni smjer struje – smjer kretanja elektrona kroz vodiče – SUPROTAN OD TEHNIČKOG SMJERA STRUJE.

Simboli

Simboli služe za prikazivanje elemenata iz područja elektrotehnike i njihovih spojeva, a u svrhu lakšeg predočavanja problema i rješavanja zadataka.

Simbol	Naziv
	Električni vodič
	Križanje vodiča bez spoja
	Spoj vodiča
	Otpornik
	Izvor istosmjernog napona
	Označavanje pada napona U
	Označavanje smjera struje I

Karakteristične veličine napona:

Primjer	Napon V	Primjer	Napon V
Signal u elektroencefalografiji (EEG)	do $5 \cdot 10^{-5}$	Električna jegulja (nabijena)	650
Signal u elektrokardiografiji (EKG)	do 0,005	Željeznička mreža	3000
Baterije 1 članak	1,5	Kineskop	16000
Olovni akumulator	2,12	Dalekovodi	$4 \cdot 10^5$
Efektivni napon električne mreže	230	Najviši dalekovodni naponi	$1,5 \cdot 10^6$
Tramvajska mreža	600	Između zemlje i olujnih oblaka	do 10^8

Električni otpor i ovisnost otpora o temperaturi

2.1. Koliki je otpor bakrene žice površine presjeka 1 mm^2 , duljine 100 m?

Računanje otpora (Marinović, OEE1, str. 12)

Otpor R , vodiča duljine l , površine presjeka S i specifičnog otpora ρ jednak je:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (\Omega)$$

Jedinica specifičnog otpora ρ je $\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$

$$\text{Vrijedi: } 1 \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}} = 1 \frac{\Omega \text{mm}^2}{10^3 \text{mm}} = 1 \frac{\Omega \text{mm}}{10^3} = 1 \Omega \text{mm} \cdot 10^{-3} = 1 \Omega \text{m} \cdot 10^{-6}$$

(Primjer: Bakar ima specifični otpor od:

$$\rho = 0,0175 \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}} = \frac{1}{57} \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}} = 0,0175 \cdot 10^{-6} \Omega \text{m})$$

$$S = 1 \text{ mm}^2$$

$$l = 100 \text{ m}$$

$$\rho = 0,0175 \Omega \text{mm}^2/\text{m}$$

$$R = ?$$

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

$$R = \frac{1}{57} \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}} \frac{100 \text{ m}}{1 \text{ mm}^2} = 1,75 \Omega$$

2.2. Ako je vodič iz prethodnog zadatka imao izračunati otpor pri temperaturi od 20°C , koliki je njegov otpor kada temperatura poraste na 300°C ?

Ovisnost otpora o temperaturi (Marinović, OEE1, str. 13)

Električni otpor R_ϑ na temperaturi ϑ ovisi o otporu pri 20°C (R_{20}), temperaturnom koeficijentu materijala α i promjeni temperature u odnosu na referentnih 20°C :
 $\Delta \vartheta = \vartheta - 20$:

$$R_\vartheta = R_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta) = R_{20} \cdot [1 + \alpha \cdot (\vartheta - 20)]$$

$$R_{20} = 1,75 \Omega$$

$$\vartheta = 300^\circ \text{C}$$

$$\Delta \vartheta = (300 - 20)^\circ \text{C} = 280^\circ \text{C}$$

$$\alpha = 0,004^\circ \text{C}^{-1}$$

$$R_{300} = ?$$

$$R_{300} = R_{20} \cdot [1 + 0,004 \cdot (300 - 20)] = 1,75 \cdot (1 + 0,004 \cdot 280^\circ \text{C}) = 3,71 \Omega$$

- 2.3. Kod mjerenja otpora, željezne žice promjera 0,5 mm i duljine 0,7 m, uronjene u ulje dobiveni su slijedeći rezultati:
 -pri 20°C otpor žice je $R_{20}=0,428 \Omega$
 -pri 70°C otpor žice je $R_{70}=0,527 \Omega$
 Koliki je temperaturni koeficijent željezne žice i njen specifični otpor?

$$R_{20} = 0,428 \Omega$$

$$R_{70} = 0,527 \Omega$$

$$l = 0,7 \text{ m}$$

$$d = 0,5 \text{ mm}$$

$$\alpha = ?$$

$$\rho = ?$$

$$R_{\vartheta} = R_{70} = R_{20} \cdot (1 + \alpha \Delta \vartheta) \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\Delta \vartheta} \left(\frac{R_{70}}{R_{20}} - 1 \right)$$

$$\alpha = 0,00463 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

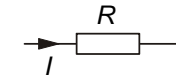
$$R = \rho \frac{l}{S} \Rightarrow \rho = R_{20} \frac{S}{l} = 0,428 \cdot \frac{(0,5 \text{ mm})^2 \pi}{0,7 \text{ m}} = 0,12 \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}}$$

Specifični otpor i temperaturni koeficijent otpora za neke vodiče:

Materijal	Specifični otpor ρ pri 20 °C $\left(\frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}} \right)$	Temperaturni koeficijent otpota α (1/°C)
Bakar	$0,0175 = \frac{1}{57}$	0,004
Aluminij	$0,033 = \frac{1}{30}$	0,0037
Srebro	0,0159	0,0038
Zlato	0,0244	0,0034
Bronza	0,02...0,028	0,001
Željezo	0,13...0,18	0,0048
Mjed (žuta)	0,07...0,08	0,0015
Nikelin	0,4	-
Kromnikal (Cekas)	1...1,1	-
Konstantan	0,5	-
Manganin	0,42	-
Platina	0,094	0,0024
Ugljen	50...100	negativni

Osnovni zakoni

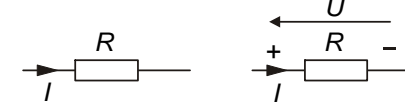
- 2.4. Označiti polaritet pada napona na otporniku prema ucrtanom smjeru struje kroz otpornik.



Slika 2-1.

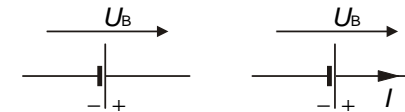
Otpornik

- Ona stezaljka trošila u koju ulazi struja je pozitivnija

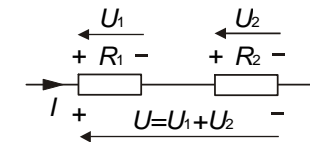


Izvor napona

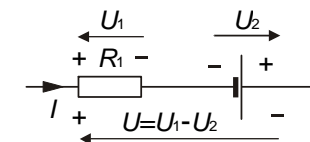
- Jedna stezaljka je pozitivnija od druge, to je plus (+) stezaljka izvora. Ako postoji samo jedan izvor u strujnom krugu, struja teče od pozitivne stezaljke izvora u smjeru negativne:



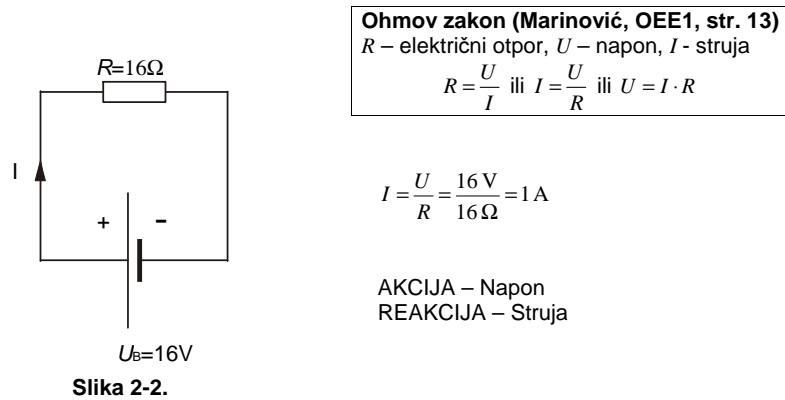
Zbrajanje napona na otpornicima:



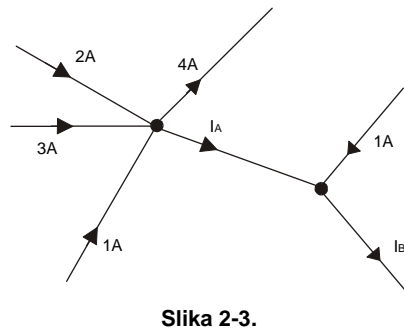
Oduzimanje napona:



2.5. Izračunajte vrijednost struje za spoj prema slici 2-2.



2.6. Izračunajte vrijednosti nepoznatih struja I_A i I_B , prema slici 2-3.



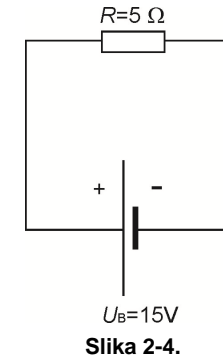
1. Kirhoffov zakon (Marinović, OEE1, str. 16)
 Zbroj svih struja u svakom električnom čvoru jednak je nuli.

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$

a) $1 \text{ A} + 3 \text{ A} + 2 \text{ A} - 4 \text{ A} - I_A = 0$
 $I_A = 6 \text{ A} - 4 \text{ A}$
 $I_A = 2 \text{ A}$

b) $I_A + 1 \text{ A} = I_B$
 $I_B = 2 \text{ A} + 1 \text{ A}$
 $I_B = 3 \text{ A}$

2.7. Odredite jakost i smjer struje za spoj prema slici 2-4:



Kirhoffov zakon (Marinović, OEE1, str. 17)
 Zbroj svih napona u zatvorenoj petlji jednak je nuli.

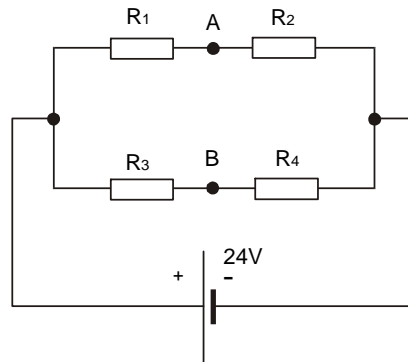
$$\sum_{i=1}^n U_i = 0$$

- a) Struja teče od plusa prema minusu.
 b) $I = \frac{U}{R}$

$$I = \frac{15 \text{ V}}{5 \Omega} = 3 \text{ A}$$

$$U_R = I \cdot R = 3 \text{ A} \cdot 5 \Omega = 15 \text{ V}$$

- 2.8. Za spoj prema slici odrediti kako se mijenja napon između točaka A i B za četiri skupine vrijednosti otpornika prema tablici:



Slika 2-5.

Wheatstone-ov most (Marinović, OEE1, str. 25)
Ako je zadovoljen uvjet: $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$ tada je napon $U_{AB} = 0$

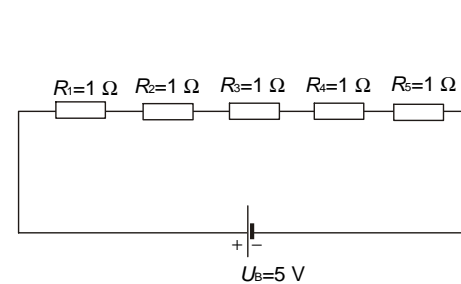
	R_1	R_2	R_3	R_4
a)	24 Ω	8 Ω	12 Ω	4 Ω
b)	6 Ω	2 Ω	3 Ω	1 Ω
c)	24 Ω	8 Ω	3 Ω	1 Ω
d)	8 Ω	24 Ω	4 Ω	12 Ω

- a) 24 Ω : 8 Ω = 12 Ω : 4 Ω
3 Ω = 3 Ω , ispunjen je uvjet ravnoteže
 $U_{AB} = 0$ V
- b) 6 Ω : 2 Ω = 3 Ω : 1 Ω
3 Ω = 3 Ω , ispunjen je uvjet ravnoteže
 $U_{AB} = 0$ V
- c) 24 Ω : 8 Ω = 3 Ω : 1 Ω
3 Ω = 3 Ω , ispunjen je uvjet ravnoteže
 $U_{AB} = 0$
- d) 3 Ω : 24 Ω = 4 Ω : 12 Ω
1/3 Ω = 1/3 Ω , ispunjen je uvjet ravnoteže
 $U_{AB} = 0$ V

Serijski, paralelni i mješoviti spojevi otpora

- 2.9. Trošila spojena u seriju karakterizira:

- Jednaka struja kroz sva trošila
- Pad napona proporcionalan vrijednosti otpora trošila
- Prekid u jednom trošilu \rightarrow sva trošila bez struje
- Kratki spoj u jednom trošilu \rightarrow na ostalim trošilima poraste napon \rightarrow preopterećenje ostalih trošila \rightarrow širenje kvara
- Ukupni pad napona jednak je zbroju pojedinih padova napona
- Primjer: svjetiljke na božićnom drvцу



Slika 2-6.

$$R = \sum_{i=1}^n R_i$$

$$R = 5 \Omega$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{5 \text{ V}}{5 \Omega} = 1 \text{ A}$$

$$U_{R1} = I \cdot R_1 = 1 \text{ V}$$

$$U_{R2} = I \cdot R_2 = 1 \text{ V}$$

$$U_{R3} = I \cdot R_3 = 1 \text{ V}$$

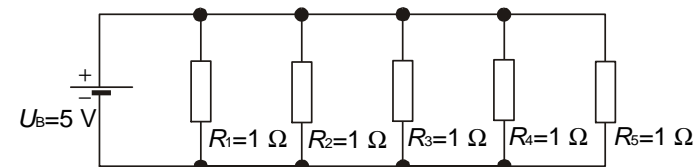
$$U_{R4} = I \cdot R_4 = 1 \text{ V}$$

$$U_{R5} = I \cdot R_5 = 1 \text{ V}$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 = 5 \text{ V}$$

- 2.10. Trošila spojena u paralelu karakterizira:

- Jednaki napon na svim trošilima
- Struje su obrnuto proporcionalne otporu trošila
- Prekid u jednom trošilu \rightarrow ostala trošila nesmetano rade
- Kratki spoj u jednom trošilu \rightarrow ostala trošila ostaju bez napona \rightarrow izvoru prijeti oštećenje zbog velike struje
- Ukupna struja jednaka je zbroju struja pojedinih trošila
- Primjer: stropna svjetiljka sa više žarulja



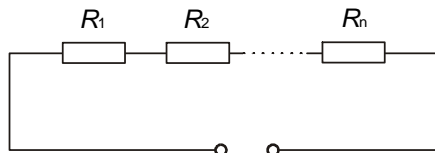
Slika 2-7.

Spajanje otpornika (Marinović, OEE1, str. 18, 19)

U strujnom krugu može biti više otpornika koji međusobno mogu biti spojeni:

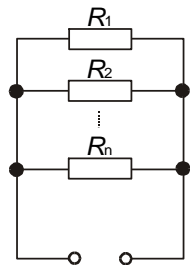
- serijski
- paralelno
- kombinirano

Serijski spoj (otpornici spojeni jedan za drugim):



$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n \quad \text{odnosno općenito} \quad R = \sum_{i=1}^n R_i$$

Paralelni spoj (jedan kraj svakog otpornika spojen u jednu točku, drugi kraj svakog u drugu točku):



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad \text{odnosno općenito} \quad \frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

Za dva otpornika vrijedi:

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Za n otpornika iste veličine R_i spojenih u paralelu vrijedi:

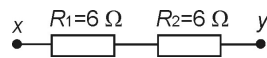
$$R = \frac{R_i}{n}$$

Kombinirani spoj: Rješava se pojednostavljivanjem električne sheme na prepoznatljive serijske i paralelne spojeve te računanje ukupnog otpora u fazama pojednostavljivanja do konačnog rješenja.

	Serijski	Paralelno
Crtež spoja		
Ukupni otpor	$R = R_1 + R_2 + R_3$	$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$
Naponi	$U_k = IR_k, \quad U = IR,$ $U = U_1 + U_2 + U_3$	Jednaki na svim otpornicima: $IR_1 = IR_2 = IR_3 = IR$
Struje	$I_k = \frac{U_k}{R_k}, \quad I = \frac{U}{R},$ Jednaka struja kroz sve otpornike	$I_k = \frac{U_k}{R_k}, \quad I = I_1 + I_2 + I_3$
Snaga	$P_k = I^2 \cdot R_k = \frac{U_k^2}{R_k}$ $P = P_1 + P_2 + P_3 = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$	$P_k = \frac{U^2}{R_k} = I_k^2 \cdot R_k,$ $P = P_1 + P_2 + P_3 = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$

NAPOMENA: Vrijedi analogno i za dva ili više od tri otpornika. Ako su struje izmjenične vrijede i za omske otpore i efektivne vrijednosti. ^a $k=1, 2, 3 \dots$

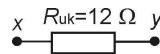
2.11. Izračunati ukupni nadomjesni otpor između točaka x i y ?



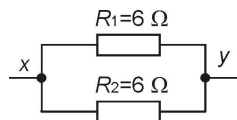
Slika 2-8.

Radi se o serijskom spoju dvaju otpornika (struja izlazi iz prvog i ulazi u drugi otpornik). Ukupni otpor dobiva se zbrajanjem otpora pojedinih otpornika:

$$R_{uk} = R_1 + R_2 = 6 \Omega + 6 \Omega = 12 \Omega$$



2.12. Izračunati ukupni nadomjesni otpor između točaka x i y ?

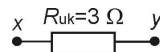


Slika 2-9.

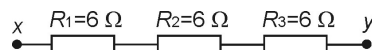
Radi se o paralelnom spoju dvaju otpornika (struja koja dolazi u čvor x se dijeli na dvije struje, kroz otpornik R_1 i kroz otpornik R_2). Ukupni otpor dobiva se:

$$\frac{1}{R_{uk}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$$

$$\text{ili } R_{uk} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{36}{12} = 3 \Omega \quad \text{ili} \quad R_{uk} = \frac{R_i}{n} = \frac{6}{2} = 3 \Omega$$



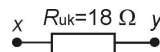
2.13. Izračunati ukupni nadomjesni otpor između točaka x i y ?



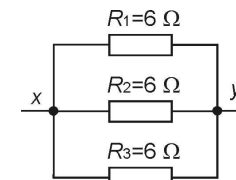
Slika 2-10.

Radi se o serijskom spoju triju otpornika, ukupni otpor dobiva se zbrajanjem otpora pojedinih otpornika:

$$R_{uk} = R_1 + R_2 + R_3 = 6 \Omega + 6 \Omega + 6 \Omega = 18 \Omega$$



2.14. Izračunati ukupni nadomjesni otpor između točaka x i y ?



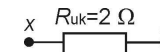
Slika 2-11.

Radi se o paralelnom spoju triju otpornika, ukupni otpor dobiva se:

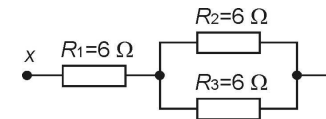
$$\frac{1}{R_{uk}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$

$$\text{ili } R_{uk} = \frac{R_i}{n} = \frac{6}{3} = 2 \Omega$$

$$R_{uk} = \frac{6}{3} = 2 \Omega$$



2.15. Izračunati ukupni nadomjesni otpor između točaka x i y ?



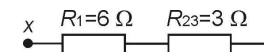
Slika 2-12.

Radi se o mješovitom spoju triju otpornika. Otpornici R_2 i R_3 spojeni su paralelno, pa se prvo određuje otpor nadomjesnog otpornika R_{23} :

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$$

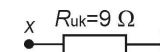
$$\text{ili } R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{36}{12} = 3 \Omega \quad \text{ili} \quad R_{uk} = \frac{R_i}{n} = \frac{6}{2} = 3 \Omega$$

$$R_{23} = \frac{6}{2} = 3 \Omega$$

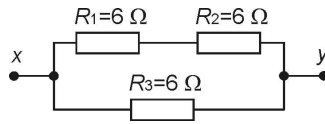


Otpornik R_1 i R_{23} spojeni su serijski. Otpor nadomjesnog otpornika R_{uk} jednak je:

$$R_{uk} = R_1 + R_2 = 6 \Omega + 3 \Omega = 9 \Omega$$



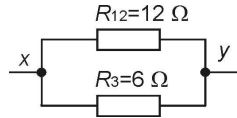
2.16. Izračunati ukupni nadomjesni otpor između točaka x i y ?



Slika 2-13.

Radi se o mješovitom spoju triju otpornika. Otpornici R_1 i R_2 spojeni su serijski pa se prvo određuje otpor nadomjesnog otpornika R_{12} :

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 6 + 6 = 12 \Omega$$

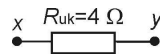


Otpornik R_{12} i R_3 spojeni su paralelno. Otpor nadomjesnog otpornika R_{uk} jednak je:

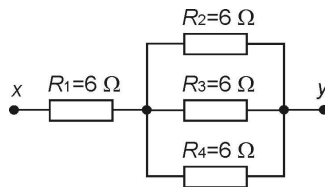
$$\frac{1}{R_{uk}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{1+2}{12} = \frac{3}{12}$$

$$\text{ili} \quad R_{uk} = \frac{R_{12} \cdot R_3}{R_{12} + R_3} = \frac{12 \cdot 6}{12 + 6} = \frac{72}{18} = 4 \Omega$$

$$R_{uk} = \frac{12}{3} = 4 \Omega$$



2.17. Izračunati ukupni nadomjesni otpor između točaka x i y ?



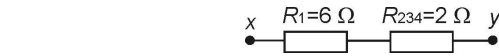
Slika 2-14.

Radi se o mješovitom spoju četiriju otpornika. Otpornici R_2 , R_3 i R_4 spojeni su paralelno, pa se prvo određuje otpor nadomjesnog otpornika R_{234} :

$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$

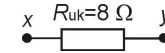
$$\text{ili} \quad R_{234} = \frac{R_i}{n} = \frac{6}{3} = 2 \Omega$$

$$R_{234} = \frac{6}{3} = 2 \Omega$$

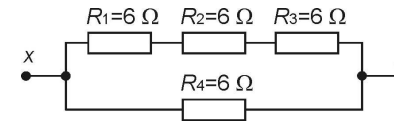


Otpornik R_1 i R_{234} spojeni su serijski. Otpor nadomjesnog otpornika R_{uk} jednak je:

$$R_{uk} = R_1 + R_{234} = 6 \Omega + 2 \Omega = 8 \Omega$$



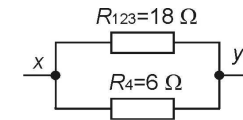
2.18. Izračunati ukupni nadomjesni otpor između točaka x i y ?



Slika 2-15.

Radi se o mješovitom spoju četiriju otpornika. Otpornici R_1 , R_2 i R_3 spojeni su serijski pa se prvo određuje otpor nadomjesnog otpornika R_{123} :

$$R_{12} = R_1 + R_2 + R_3 = 6 + 6 + 6 = 18 \Omega$$

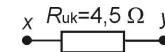


Otpornik R_{123} i R_4 spojeni su paralelno. Otpor nadomjesnog otpornika R_{uk} jednak je:

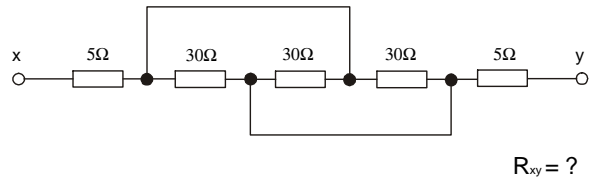
$$\frac{1}{R_{uk}} = \frac{1}{R_{123}} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{18} + \frac{1}{6} = \frac{1+3}{18} = \frac{4}{18}$$

$$\text{ili} \quad R_{uk} = \frac{R_{123} \cdot R_4}{R_{123} + R_4} = \frac{18 \cdot 6}{18 + 6} = \frac{108}{24} = 4,5 \Omega$$

$$R_{uk} = \frac{18}{4} = 4,5 \Omega$$

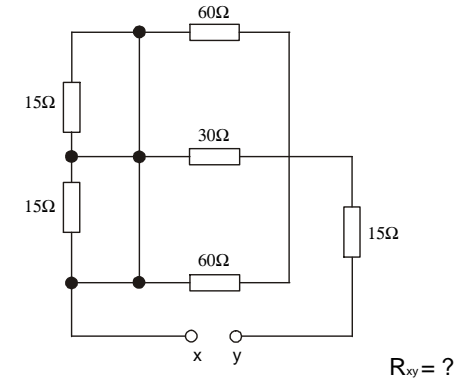


2.19. Izračunati ukupni nadomjesni otpor između točaka x i y ?



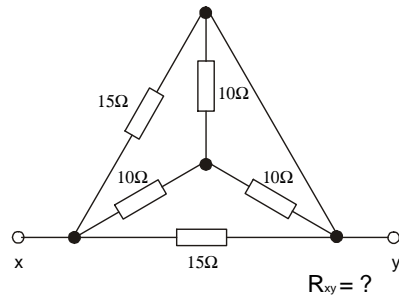
Slika 2-16.

2.20. Izračunati ukupni nadomjesni otpor između točaka x i y ?



Slika 2-17.

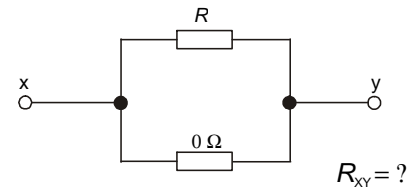
2.21. Izračunati ukupni nadomjesni otpor između točaka x i y ?



Slika 2-18.

2.22. Izračunati ukupni nadomjesni otpor između točaka x i y ?

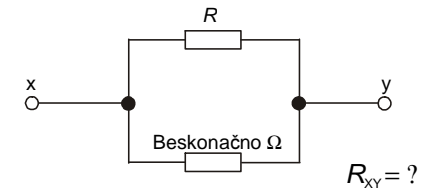
Dva posebna slučaja:



Slika 2-19.

$$\frac{1}{R_{uk}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{0} \rightarrow \infty$$

$$R_{uk} = \frac{1}{\infty} \rightarrow 0 \Omega$$



Slika 2-20.

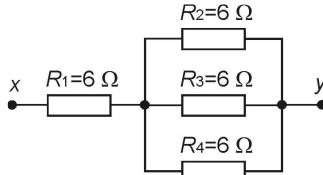
$$\frac{1}{R_{uk}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\infty} = \frac{1}{R}$$

$$R_{uk} = \frac{R}{1} = R$$

Strujni krugovi, analiza

2.23. Odrediti:

- Koliku struju daje izvor ako se na točke x i y spoji izvor napona 24 V,
- Kolike su struje kroz pojedine otpornike,
- Koliki su padovi napona na pojedinim otpornicima?

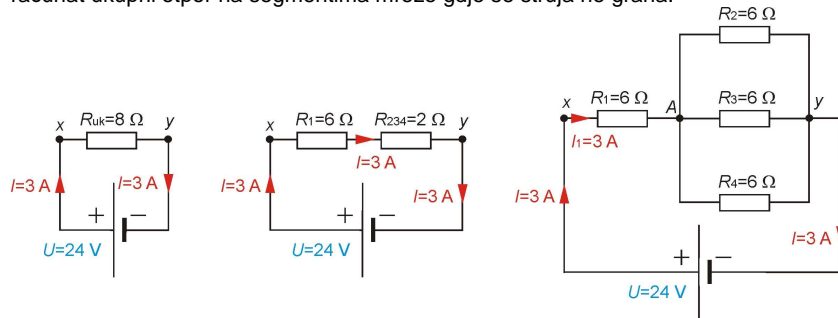


Slika 2-21.

Da bi se izračunala struja koja će teći iz izvora potrebno je, prema Ohmovom zakonu, znati napon izvora i ukupni otpor strujnog kruga. Otpor je prema zadatku 2.17. jednak 8 Ω. Slijedi proračun ukupne struje:

$$I = \frac{U}{R_{uk}} = \frac{24 \text{ V}}{8 \Omega} = 3 \text{ A}, \text{ što se može označiti na svim slikama tijekom kojeg je}$$

računat ukupni otpor na segmentima mreže gdje se struja ne grana:



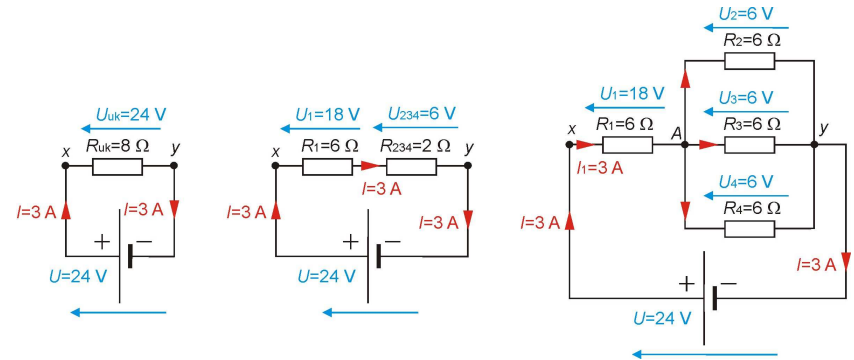
Na slikama se vidi da struja od 3 A prolazi kroz otpornik R_1 a na središnjoj slici da ista struja prolazi kroz nadmjerni otpornik R_{234} . Na trećoj slici u čvoru A struja se dijeli na tri struje te se u čvoru y struje ponovno zbrajaju u ukupnu struju.

Također, na prvoj slici napon na nadmjernom otporniku jednak je naponu izvora, na drugoj slici napon izvora dijeli se na dva pada napona U_1 i U_{234} (između točaka A i y) koji se računaju upotrebom Ohmovog zakona:

$$U_1 = I \cdot R_1 = 3 \text{ A} \cdot 6 \Omega = 18 \text{ V} \quad \text{i} \quad U_{234} = I \cdot R_{234} = 3 \text{ A} \cdot 2 \Omega = 6 \text{ V}.$$

Primijetite da vrijedi II Kijchhoffov zakon: $U = U_1 + U_{234} = 18 \text{ V} + 6 \text{ V} = 24 \text{ V}$.

Napon U_{234} je napon koji se nalazi na svakom od otpornika R_2 , R_3 i R_4 , što se također ucrtava na slike:



Još preostaje izračunati struje I_2 , I_3 i I_4 korištenjem Ohmovog zakona:

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_{234}}{R_2} = \frac{6 \text{ V}}{6 \Omega} = 1 \text{ A},$$

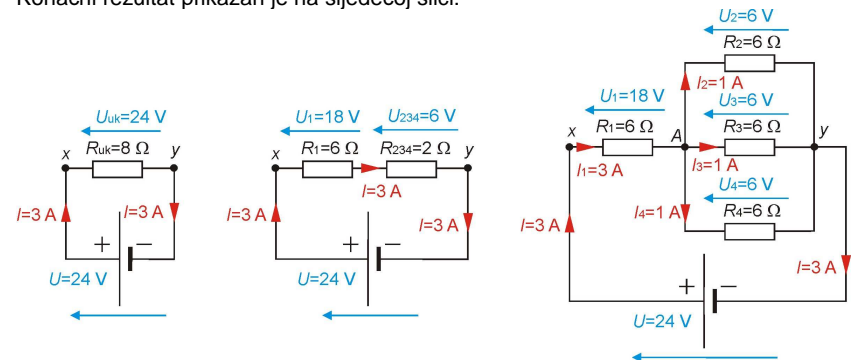
$$I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{U_{234}}{R_3} = \frac{6 \text{ V}}{6 \Omega} = 1 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{U_4}{R_4} = \frac{U_{234}}{R_4} = \frac{6 \text{ V}}{6 \Omega} = 1 \text{ A}$$

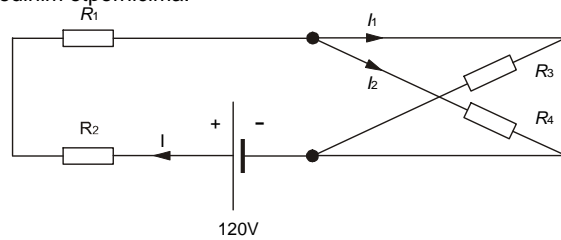
Primijetite da vrijedi I Kijchhoffov zakon: $I = I_1 = I_2 + I_3 + I_4 = 1 \text{ A} + 1 \text{ A} + 1 \text{ A} = 3 \text{ A}$.

Primjenom prvog i drugog Kirchhoffovog zakona ujedno se provodi kontrola ispravnosti proračuna. Ako se ne dobije jednakost s obje strane jednačbi, negdje postoji pogreška u proračunu.

Konačni rezultat prikazan je na sljedećoj slici:



2.24. Za strujni krug na slici 2-21. odredite struju koju daje izvor, te padove napona na pojedinim otpornicima.



Slika 2-22.

$$R_1 = 15 \, \Omega$$

$$R_2 = 5 \, \Omega$$

$$R_3 = 30 \, \Omega$$

$$R_4 = 15 \, \Omega$$

$$I = ?$$

$$U_{R1}, U_{R2}, U_{R3}, U_{R4} = ?$$

$$R_{uk} = R_1 + R_2 + R_3 // R_4 = R_1 + R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = 30 \, \Omega$$

$$I = \frac{U}{R_{uk}} = \frac{120 \, \text{V}}{30 \, \Omega} = 4 \, \text{A}$$

$$\begin{aligned} U_{AB} &= U - I(R_1 + R_2) \\ &= 120 \, \text{V} - 4 \, \text{A}(15 \, \Omega + 5 \, \Omega) \\ &= 40 \, \text{V} \end{aligned}$$

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{R_3} = \frac{40 \, \text{V}}{30 \, \Omega} = 1,33 \, \text{A}$$

$$I_2 = \frac{U_{AB}}{R_4} = \frac{40 \, \text{V}}{15 \, \Omega} = 2,67 \, \text{A}$$

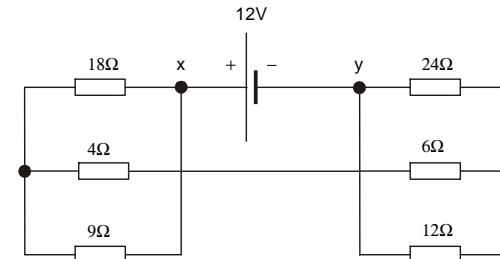
Kontrola:

$$I = I_1 + I_2$$

$$4 \, \text{A} = 1,33 \, \text{A} + 2,67 \, \text{A} = 4 \, \text{A}$$

2.25. Odrediti:

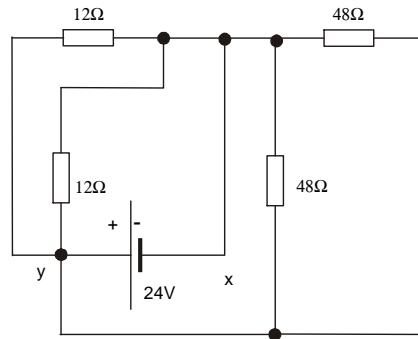
- Koliku struju daje izvor,
- Kolike su struje kroz pojedine otpornike,
- Koliki su padovi napona na pojedinim otpornicima?



Slika 2-23.

2.26. Odrediti:

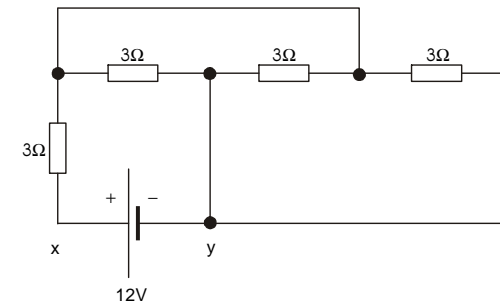
- Koliku struju daje izvor,
- Kolike su struje kroz pojedine otpornike,
- Koliki su padovi napona na pojedinim otpornicima?



Slika 2-24.

2.27. Odrediti:

- Koliku struju daje izvor,
- Kolike su struje kroz pojedine otpore,
- Koliki su padovi napona na pojedinim otpornicima?



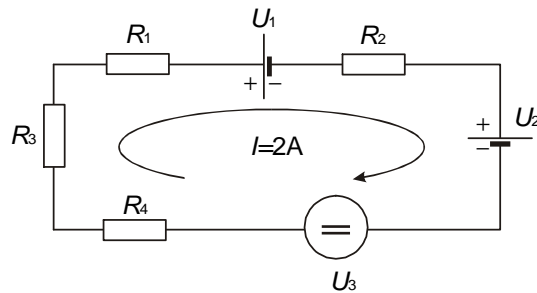
Slika 2-25.

Strujni krugovi, sinteza

2.28. Izračunajte napon nepoznate baterije, ako ovim strujnim krugom teče struja od 2 A i ima smjer kao na slici 2-26?

Postupak za rješavanje ovog tipa zadataka:

1. Ponovo nacrtati shemu na takav način da su svi elementi sa gornje strane
2. Pretpostaviti polaritet izvora napona
3. Označiti pad napona na otporima
4. Zbrojiti napone u zatvorenoj petlji tj. primijeniti 2. Kirchhoffov zakon
5. Riješiti jednadžbu sa jednom nepoznanicom
6. Ako se dobije negativan rezultat
→ broj je ispravan, a pravi je smjer (polaritet) suprotan od pretpostavljenog
7. Ako se dobije pozitivan rezultat
→ broj je ispravan, a pravi je smjer (polaritet) istovjetan pretpostavljenom



Slika 2-26.

$$\begin{aligned} R_1 &= 1 \, \Omega \\ R_2 &= 2 \, \Omega \\ R_3 &= 1 \, \Omega \\ R_4 &= 1 \, \Omega \\ U_1 &= 6 \, \text{V} \\ U_2 &= 6 \, \text{V} \\ I &= 2 \, \text{A} \\ U_3 &=? \end{aligned}$$

$$U_2 + I \cdot R_2 + U_1 + I \cdot R_1 + I \cdot R_3 + I \cdot R_4 - U = 0$$

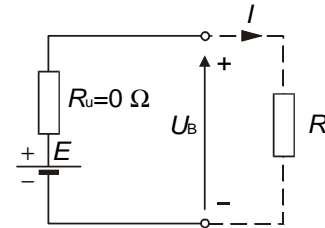
$$U = U_2 + U_1 + I \cdot (R_1 + R_2 + R_3 + R_4)$$

$$U = 6 \, \text{V} + 6 \, \text{V} + 2 \, \text{A} \cdot (5 \, \Omega) = 22 \, \text{V}$$

Plus izvora je s lijeve strane.

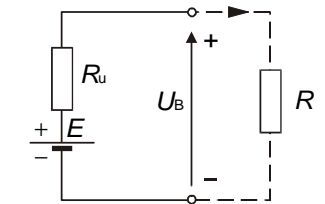
Idealni izvor, realni izvor napajanja

Idealni naponski izvor



1. $U_B = E_B$
2. $I = \frac{U_B}{R} = \frac{E_B}{R}$
3. $I_{KS} = \infty$

Realni naponski izvor



1. $U_B = E_B$ samo u praznom hodu (ne teče struja tj otpor trošila teži u beskonačnu vrijednost)
2. $I = \frac{E_B}{R + R_u}$
- uz $U_B = E_B - I \cdot R_u = E_B - R_u \frac{E_B}{R + R_u}$ dobivamo
3. $U_B = \frac{R \cdot E_B}{R + R_u}$
4. $I_{KS} = \frac{E_B}{R_u}$

Ako se u zadatku ne spominje unutrašnji otpor izvora, tada pretpostavljamo da se koristi idealan izvor tj., $R_u = 0 \, \Omega$

Serijsko i paralelno spajanje izvora napajanja

Izvore električne struje možemo spojiti serijski i paralelno ili kombinirano.

1. Pri *serijskom spajanju* vrijede ovi zakoni:

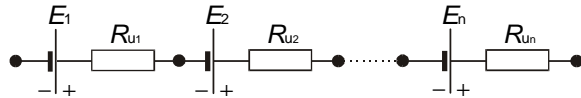
- a. Rezultirajući napon praznog hoda E ili napon stezaljki U svih izvora jednak je zbroju napona praznog hoda ili napona stezaljki pojedinih izvora (članaka):

$$E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$$

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

- b. Rezultirajući otpor R serijski spojenih izvora jednak je zbroju otpora pojedinih izvora:

$$R = R_{u1} + R_{u2} + \dots + R_{un}$$



Ovakvo se spajanje izvora primjenjuje da bismo dobili više napone. Struja izbijanja cijele baterije jednaka je pri tom struji izbijanja jednog izvora (članaka).

2. Pri *paralelnom spajanju* je:

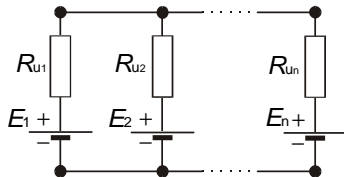
- a. Rezultirajući napon jednak naponu jednog izvora (članaka) uz pretpostavku da je napon svih pojedinih izvora jednak:

$$E = E_1 = E_2 = \dots = E_n$$

$$U = U_1 = U_2 = \dots = U_n$$

- b. Rezultirajuća unutrašnja vodljivost cijele grupe paralelno spojenih izvora jednaka je zbroju vodljivosti pojedinih članaka:

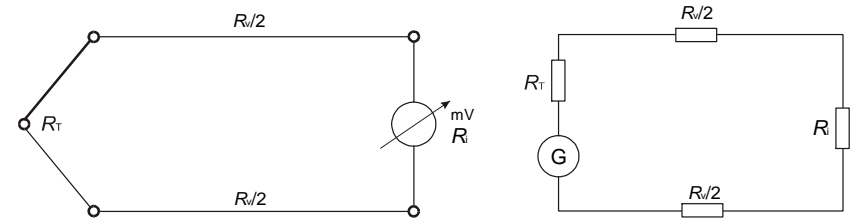
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{u1}} + \frac{1}{R_{u2}} + \dots + \frac{1}{R_{un}}$$



Struja pražnjenja pri paralelnom spoju jednaka je zbroju struja pražnjenja pojedinih izvora. Paralelno spajamo izvore onda kada nam je potreban veći kapacitet izvora (veći broj ampersati).

ZABRANJENO je spajanje u paralelu izvora napajanja različitog nazivnog napona!

2.29. Na termočlanak, željezo (Fe) – konstantan priključen je vodičima ukupnog otpora $0,4 \Omega$ voltmetar otpora 18Ω . Koji napon mV-metra će odgovarati temperaturi 600°C , ako termočlanak pri 600°C ima elektromotornu silu od 33 mV i ima otpor od $1,6 \Omega$.



Slika 2-27.

$$R_v = 0,4 \Omega$$

$$R_i = 18 \Omega$$

$$T = 600^\circ \text{C}$$

$$U_T = 33 \text{ mV}$$

$$R_T = 1,6 \Omega$$

$$U_i = ?$$

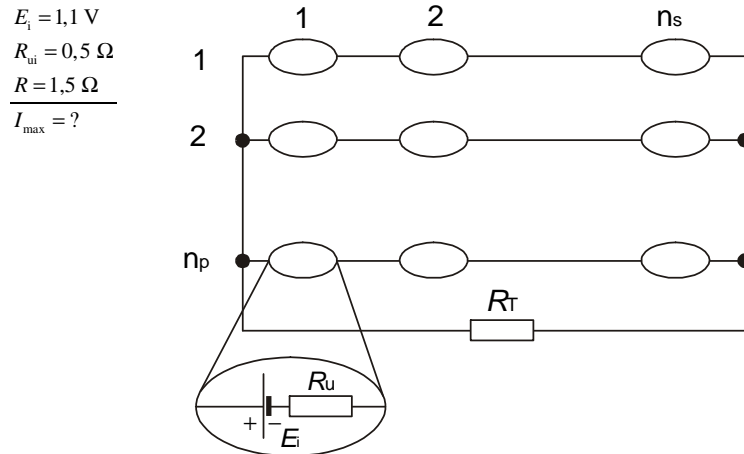
Struja u krugu je jednaka:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{E}{R_T + R_v + R_i} = \frac{33 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{1,6 \Omega + 0,4 \Omega + 18 \Omega} = 1,65 \text{ mA}$$

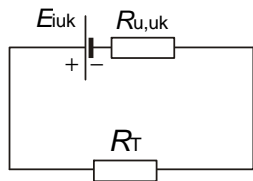
Napon na mV-metru:

$$U_i = I \cdot R_i = 1,65 \cdot \text{mA} \cdot 18 \Omega = 29,7 \text{ mV}$$

2.30. Sa 48 primarnih elemenata elektromotorne sile $E_i = 1,1 \text{ V}$ i unutarnjeg otpora $R_{ui} = 0,5 \Omega$ treba napraviti takav međusobni spoj da na trošilu od $R = 1,5 \Omega$ dobijemo maksimalnu struju!



Slika 2-28.



a) Svi elementi u seriji

$$I = \frac{n_s \cdot E_i}{n_s \cdot R_{ui} + R} = \frac{48 \cdot 1,1 \text{ V}}{48 \cdot 0,5 \Omega + 1,5 \Omega} = 2,07 \text{ A}$$

b) Svi elementi paralelno

$$I = \frac{E_i}{\frac{R_{ui}}{n_p} + R} = \frac{1,1 \text{ V}}{\frac{0,5 \Omega}{48} + 1,5 \Omega} = 0,73 \text{ A}$$

c) Općenito:

- n_s – elemenata spojeno u seriju
- n_p – međusobno paralelno spojene serijske grane

$$I = \frac{n_s \cdot E_i}{\frac{n_s \cdot R_{ui}}{n_p} + R}$$

IZVOD:

Maksimalna struja dobiva se kada je ispunjen uvjet da je otpor trošila jednak ukupnom unutarnjem otporu izvora.

I_{\max} kada je $R = R_u$ izvora.

$$R = \frac{n_s \cdot R_{ui}}{n_p} \Rightarrow n_p \cdot R = n_s \cdot R_{ui}$$

Dobiva se prva jednačba:

$$\frac{n_s}{n_p} = \frac{R}{R_{ui}}$$

i druga jednačba s dvije nepoznanice

$$n_s \cdot n_p = 48$$

čije je rješenje:

$$n_s = 12, n_p = 4$$

$$I_{\max} = \frac{12 \cdot 1,1 \text{ V}}{\frac{12 \cdot 0,5 \Omega}{4} + 1,5 \Omega} = 4,4 \text{ A}$$

Snaga električne struje

Snaga električne struje (Marinović, OEE1, str. 28)

$$P = U \cdot I \text{ (W)}$$

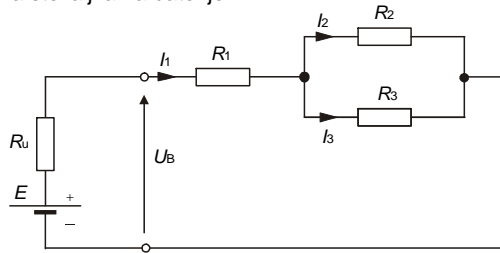
Uz Ohmov zakon:

$$P = I^2 \cdot R$$

$$P = \frac{U^2}{R}$$

Strujni krugovi razno

- 2.31. Na bateriju elektromotorne sile $E_B = 36 \text{ V}$ i unutrašnjeg otpora $R_u = 5 \Omega$ priključeni su u seriju otpornik $R_1 = 28 \Omega$ i kombinacija paralelnih otpornika $R_2 = 20 \Omega$ i $R_3 = 30 \Omega$. Izračunajte struju kroz sve otpornike i snagu na njima, te napon na stezaljkama baterije.



Slika 2-29.

$$\begin{aligned} E_B &= 36 \text{ V} \\ R_u &= 5 \Omega \\ R_1 &= 28 \Omega \\ R_2 &= 20 \Omega \\ R_3 &= 30 \Omega \\ I_1, I_2, I_3 &=? \\ P_1, P_2, P_3 &=? \\ U_B &=? \end{aligned}$$

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 12 \Omega$$

$$I_1 = \frac{E_B}{R_u + R_1 + R_{23}} = 0,8 \text{ A}$$

$$U_{23} = I_1 \cdot R_{23} = 9,6 \text{ V}$$

$$I_2 = \frac{U_{23}}{R_2} = 0,48 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U_{23}}{R_3} = 0,32 \text{ A}$$

$$P_1 = I_1^2 \cdot R_1 = 17,92 \text{ W}$$

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2 = 4,60 \text{ W}$$

$$P_3 = I_3^2 \cdot R_3 = 3,07 \text{ W}$$

$$U_B = E_B - I_1 \cdot R_u = 32 \text{ V}$$

$$P_{Ru} = I_1^2 \cdot R_u = 3,2 \text{ W}$$

- 2.32. Kroz žarulju, uz napon od 110 V , teče struja jakosti 4 A . Kolika će biti snaga koja se troši na toj žarulji nakon smanjivanja napona na pola?

$$U_1 = 110 \text{ V}$$

$$I_1 = 4 \text{ A}$$

$$U_2 = \frac{U_1}{2} = 55 \text{ V}$$

$$P_{22} = ?$$

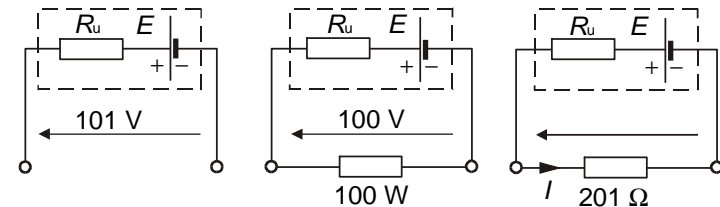
$$R_z = \frac{110 \text{ V}}{4 \text{ A}} = 27,5 \Omega$$

$$P_z = U \cdot I = 440 \text{ W}$$

$$P_z = \frac{U^2}{R_z} = \frac{(55 \text{ V})^2}{27,5 \Omega} = 110 \text{ W}$$

- 2.33. Ako je napon na stezaljkama izvora 100 V uz opterećenje izvora od 100 W , a napon na stezaljkama izvora u praznom hodu je 101 V , kolika je:

- elektromotorna sila E izvora,
- unutrašnji otpor izvora R_u
- kolika bi struja tekla da se izvor optereti otporom od 201Ω .



Slika 2-30.

- a)
Elektromotorna sila $E = U_{iz}$ u praznom hodu
 $E = 101 \text{ V}$

- b)

$$I_{izv} = \frac{P_{iz}}{U_{izv}} = 1 \text{ A}$$

$$R_u = \frac{E - U_{izv}}{I_{izv}} = 1 \Omega$$

- c)

$$I_{201} = \frac{E}{R_u + R_T} = 0,5 \text{ A}$$

- 2.34. Koliko će energije trošiti radionica uz napon od 230 V, kod punog opterećenja sa: 8 žarulja snage 100 W i 2 motora koji uz korisnost $\eta=0,80$ imaju na osovini snagu od 5 kW. Koliko će kWh potroška iskazivati mjesečni račun, ako su žarulje uključene po 3 sata, a motori 8 sati dnevno 20 dana mjesečno?

Rad (energija) električne istosmjerne struje

$$W = P \cdot t$$

$$\text{korisnost} = \frac{\text{korisno utrošena energija}}{\text{ukupno utrošena energija}}$$

$$\eta = \frac{W_k}{W_{uk}}$$

$$U = 230 \text{ V}$$

8 žarulja:

$$P_Z = 100 \text{ W}$$

2 motora:

$$P_M = 5 \text{ kW}$$

$$\eta = 0,80$$

$$t_Z = 3 \text{ h}$$

$$t_M = 8 \text{ h}$$

$$t_{uk} = 20 \text{ dana}$$

$$W = ?$$

$$\text{a) } P_Z = 8 \cdot 100 \text{ W} = 800 \text{ W}, \quad P_M = \frac{2 \cdot P_{KM}}{\eta} = 12,5 \text{ kW}$$

b) Ukupna maksimalna snaga je jednaka (nije bitno za rješenje zadatka ali daje informaciju o maksimalnoj snazi koja se u jednom trenutku može koristiti u ovom pogonu): $P_U = P_Z + P_M = 0,8 \text{ kW} + 12,5 \text{ kW} = 13,3 \text{ kW}$

c) Dnevno se troši:

$$W_Z = P_Z \cdot t_Z = 800 \text{ W} \cdot 3 \text{ h} = 2,4 \text{ kWh}$$

$$W_M = P_M \cdot t_M = 12,5 \text{ kW} \cdot 8 \text{ h} = 100 \text{ kWh}$$

$$W_U = W_Z + W_M = 102,4 \text{ kWh}$$

Odnosno mjesečno se utroši:

$$W_{U \text{ mjesečno}} = W_{U \text{ dnevno}} \cdot \text{broj dana u mjesecu} = 102,4 \text{ kW} \cdot 20 \text{ dana} = 2048 \text{ kWh}$$

- 2.35. Izračunajte potrebnu količinu ugljena za proizvodnju $300 \cdot 10^6 \text{ kWh}$ električne energije u termoelektrani, ako elektrana radi s prosječnim stupnjem djelovanja od $\eta=0,16$, a energetska vrijednost ugljena je $q_u=17 \text{ kJ/kg}$.

$$W_k = 300 \cdot 10^6 \text{ kWh}$$

$$\eta=0,16$$

$$q_u=17 \text{ kJ/kg}$$

Energija dobivena izgaranjem je:

$$W_i = \frac{W_k}{\eta} = \frac{300 \cdot 10^6 \text{ kW} \cdot 60 \cdot 60 \cdot \text{s}}{0,16} = 6,75 \cdot 10^{12} \text{ kWs}$$

$$W_i = 6,75 \cdot 10^{12} \text{ kJ}$$

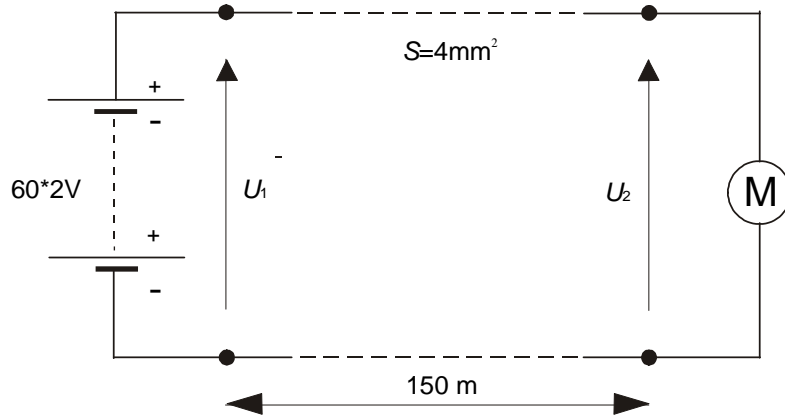
$$m = \frac{W_i}{q} = \frac{6,75 \cdot 10^{12} \text{ kJ}}{17 \text{ kJ/kg}} = 3,970588235 \cdot 10^{11} \text{ kg}$$

$$m = 3,97 \cdot 10^8 \text{ tona} = 397 \cdot 10^6 \text{ tona}$$

- 2.36. Akumulatorska baterija od 120 V i unutrašnjeg otpora od 0,48 Ω daje struju od 20 A motoru udaljenom 150 m. Bakreni vodiči su presjeka 4 mm², a otpor namota motora je 0,5 Ω . Specifični otpor bakra je 0,0176 $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$.

Izračunajte:

- protuelektromotornu silu motora kojom se suprotstavlja narinutom naponu (kada se motor vrti),
- napon na stezaljkama baterije i motora,
- struju kratkog spoja na stezaljkama motora,
- struju zakočenog motora,
- otpor predotpora motora za ograničenje struje pokretanja motora na 30A.



Slika 2-31.

$$\begin{aligned} E_B &= 120 \text{ V} \\ R_{UB} &= 0,48 \Omega \\ I &= 20 \text{ A} \\ l &= 150 \text{ m} \\ S &= 4 \text{ mm}^2 \\ R_{UM} &= 0,5 \Omega \\ \rho &= 0,0176 \Omega\text{mm}^2/\text{m} \end{aligned}$$

a)

$$E_B - I \cdot R_{UB} - I \cdot \frac{R_V}{2} - I \cdot R_{UM} - E_M - I \cdot \frac{R_V}{2} = 0$$

$$E_B - E_M = I(R_{UB} + R_V + R_{UM})$$

$$R_V = \rho \cdot \frac{2 \cdot l}{S} = 1,32 \Omega$$

$$E_M = E_B - I(R_{UB} + R_V + R_{UM})$$

$$E_M = 74 \text{ V}$$

b)

$$U_B = E_B - I \cdot R_{UB} = 110,4 \text{ V}$$

$$U_M = E_M + I \cdot R_{UM} = 84 \text{ V}$$

c) Struja kratkog spoja na stezaljkama motora

$$I_K = \frac{E_B}{\sum R} = \frac{E_B}{R_{UB} + R_V} = 66,66 \text{ A}$$

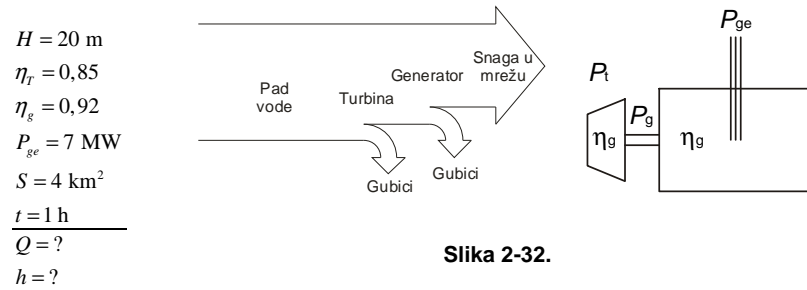
d) Struja zakočenog motora što odgovara uputnoj struji je

$$I_{KM} = \frac{E_B}{\sum R} = \frac{E_B}{R_{UB} + R_V + R_{UM}} = \frac{120 \text{ V}}{0,48 \Omega + 1,32 \Omega + 0,5 \Omega} = 57,174 \text{ A}$$

e) Predotpor za ograničenje struje

$$I_{30} = \frac{E_B}{\sum R + R_p} \Rightarrow R_p = \frac{E_B}{I_{30}} - \sum R = 1,7 \Omega$$

- 2.37. U hidroelektrani s padom vode 20 m, turbina stupnja djelovanja 0,85 tjera generator stupnja djelovanja 0,92 koji daje snagu 7 MW. Izračunajte koliki mora biti priljev vode (m^3/s) u akumulaciju, da razina vode ne opada te za koliko bi se snizila razina vode u akumulaciji površine 4 km^2 ako bi izostao priljev u vremenu od 1 h.



Električna snaga računa se kao:

$$P = \frac{W}{t}$$

Rad W :

$$W = m \cdot g \cdot H \quad / \cdot \frac{V}{V} \quad \left(\frac{V}{V} = 1 \right)$$

Jednadžba se pomnoži sa 1 i grupira, slijedi

$$P = \frac{V}{\frac{t}{Q_v}} \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} \cdot H$$

uz $Q_v = \frac{V}{t}$ i $\rho = \frac{m}{V}$ dobiva se

$$P = Q_v \cdot g \cdot \rho \cdot H \quad \text{tj.}$$

$$Q_v = \frac{P}{g \cdot \rho \cdot H} = \frac{P \text{ (MW)} \cdot 1\,000\,000}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot H \text{ (m)}} = \frac{P \text{ (MW)} \cdot 102}{H \text{ (m)}}$$

$$Q_v = \frac{P \text{ (MW)} \cdot 102}{H \text{ (m)}}$$

a) Potreban priljev vode:

$$P_g = \frac{P_{ge}}{\eta_g} = \frac{7 \cdot \text{MW}}{0,92} = 7,61 \text{ MW}$$

$$P_T = \frac{P_g}{\eta_T} = \frac{7,61 \text{ MW}}{0,85} = 8,95 \text{ MW}$$

$$P_T = \frac{Q \cdot H}{102} \Rightarrow Q = \frac{P_T \cdot 102}{H} = \frac{8,95 \cdot \text{MW} \cdot 102}{20 \text{ m}}$$

$$Q = 45,652 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 45,652 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad \begin{matrix} 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ kg} \\ 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ kg} \end{matrix}$$

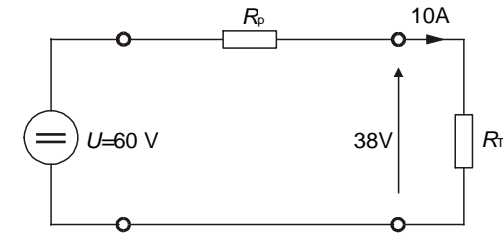
b) Sniženje razine vode u jezeru bez dotoka:

Ukupni volumen vode koja istječe iz jezera je

$$V = Q \cdot t \quad \text{odnosno} \quad V = S \cdot h \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow h = \frac{V}{S} = \frac{Q \cdot t}{S} = \frac{45,652 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 3600 \text{ s}}{4 \cdot 10^6 \text{ m}^2} = 0,04108 \text{ m} = 4,186 \text{ cm}$$

- 2.38. Koliki predotpor treba serijski spojiti s trošilom predviđenom za rad na naponu od 38 V i struju od 10 A ako ga se želi priključiti na izvor napona od 60 V. Koliki je faktor korisnosti ovakvog strujnog kruga.

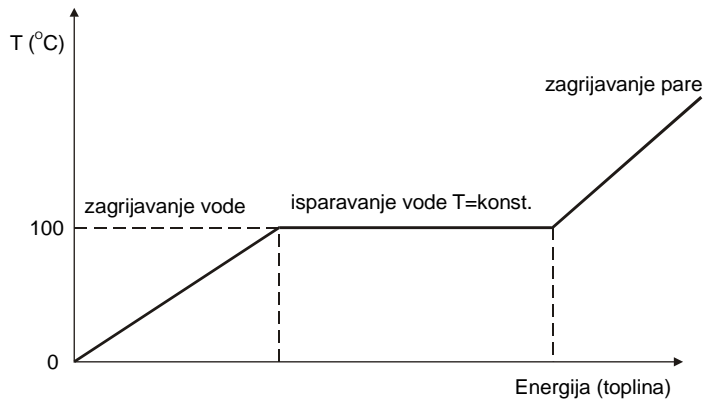


Slika 2-33.

$$R_p = \frac{U - U_{R_T}}{I} = \frac{60 \text{ V} - 38 \text{ V}}{10 \text{ A}} = 2,2 \Omega$$

$$\eta = \frac{W_k}{W_{uk}} = \frac{P_k \cdot t}{P_{uk} \cdot t} = \frac{P_k}{P_{uk}} = \frac{U_{R_T} \cdot I}{U \cdot I} = \frac{U_{R_T}}{U} = \frac{38 \text{ V}}{60 \text{ V}} = 0,63 = 63\%$$

- 2.39. Kuhalo od 300 W zagrije pola litre vode za 13,5 min od 14 °C do vrelišta i uzavrela voda isparava brzinom od 7,2 g/min. Izračunajte stupanj djelovanja kuhala u postocima i korisnu snagu ako je za isparavanje vode potrebno je 2258,4 J/g, a za zagrijavanje 4,19 J/gK.



Slika 2-34.

$$\begin{aligned}
 P &= 300 \text{ W} \\
 m &= 500 \text{ g} \\
 t &= 13,5 \text{ min} \\
 T_1 &= 14 \text{ °C} \\
 T_2 &= 100 \text{ °C} \\
 \frac{m}{t_1} &= 7,2 \frac{\text{g}}{\text{min}} \\
 k_z &= 4,19 \text{ J/gK} \\
 k_i &= 2258,4 \text{ J/g} \\
 P_{kz} &= ? \\
 \eta_z &= ? \\
 P_{ki} &= ? \\
 \eta_i &= ?
 \end{aligned}$$

Utrošena energija za dovođenje vode do vrelišta:

$$W_{kz} = m \cdot (t_2 - t_1) \cdot k_z = 500 \text{ g} \cdot (100 - 14) \cdot 4,19 \text{ J/gK} = 180170 \text{ J}$$

$$W_{ukz} = P_{uk} \cdot t_z = 300 \text{ W} \cdot 13,5 \cdot 60 \text{ s} = 243000 \text{ J}$$

$$\eta_z = \frac{W_{kz}}{W_{ukz}} \cdot 100 = 74,14 \%$$

$$P_{kz} = \frac{W_{kz}}{t_z} = \frac{180170 \text{ J}}{13,5 \cdot 60 \text{ s}} = 222,43 \text{ W}$$

Utrošena energija kod isparavanja:

$$W_{ki} = m \cdot k_i = 500 \text{ g} \cdot 2258,41 \text{ J/g} = 1129205 \text{ J}$$

$$W_{uki} = P_{uk} \cdot t_i \cdot \frac{m}{m} = P_{uk} \cdot \left(\frac{m}{t_i} \right) = 300 \text{ W} \cdot \frac{500 \text{ g}}{7,2 \cdot \frac{1}{60} \frac{\text{g}}{\text{s}}} = 1250000 \text{ J}$$

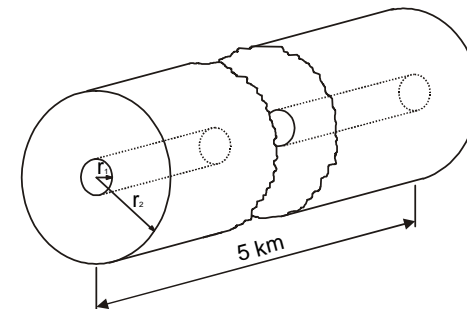
$$\eta_i = \frac{W_{ki}}{W_{uki}} \cdot 100 = 90,34 \%$$

$$P_{ki} = \frac{W_{ki}}{t_i} = \frac{1129205 \text{ J}}{\frac{500 \text{ g}}{7,2 \frac{\text{g}}{\text{min}}}} = \frac{1129205 \text{ Ws}}{\frac{500 \text{ g}}{7,2 \cdot \frac{1}{60} \frac{\text{g}}{\text{s}}}} = 271 \text{ W}$$

- 2.40. Izračunajte izolacijski otpor uzemljenog kabela (plašt) duljine 5 km, promjera vodiča 8 mm ($r_1=4$) debljine izolacije 19,8 mm ($r_2=23,8$ mm) s vodljivošću izolacije $\kappa=10^{-11}$ S/cm.

Gustoća struje (Marinović, OEE1, str. 25)

$$\text{Gustoća struje} = \frac{\text{jakost struje}}{\text{površina kroz koju protječe struja}} \quad J = \frac{I}{S} = \frac{1}{S} \frac{U}{R} = \frac{1}{S} \frac{U}{\rho \frac{l}{S}} = \kappa \cdot E \left(\frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \right)$$



Slika 2-35.

$$J = \frac{I}{\underbrace{2\pi r l}_{\text{površina plašta (valjka)}}} = \kappa \cdot E \Rightarrow E = \frac{I}{2\pi r l \kappa}$$

Napon se definira kao integral električnog polja:

$$U = - \int_{\substack{\text{bliži izvoru polja} \\ r_2}}^{\substack{\text{dalje izvoru polja} \\ r_1}} E dr = - \int_{r_2}^{r_1} \frac{I}{2\pi l \kappa} \frac{dr}{r} = \frac{I}{2\pi l \kappa} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$\left(\text{uz } k = \frac{I}{2\pi l \kappa} \quad U = -k \cdot \int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r} = -k \cdot \ln r \Big|_{r_2}^{r_1} = -k (\ln r_1 - \ln r_2) = k (\ln r_2 - \ln r_1) = k \ln \frac{r_2}{r_1} \right)$$

Po Ohm-ovom zakonu:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\frac{I}{2\pi l \kappa} \ln \frac{r_2}{r_1}}{I} = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi l \kappa} = \frac{\ln \frac{23,8 \text{ mm}}{4 \text{ mm}}}{2 \cdot 3,14159 \cdot 5 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot 100 \cdot 10^{-11} \text{ S/m}} = 56,76 \text{ k}\Omega$$

$$\left(10^{-11} \frac{\text{S}}{\text{cm}} = 10^{-11} \frac{\text{S}}{\frac{1}{100} \text{ m}} = 100 \cdot 10^{-11} \frac{\text{S}}{\text{m}} \right)$$

2.41. Izračunajte prijelazni otpor kuglastog uzemljivača promjera $r_0=10 \text{ cm}$ koji je ukopan u zemlju vodljivosti $\kappa=10^{-4} \text{ S/cm}$

Gustoća je:

$$J = \frac{I}{\underbrace{4r^2\pi}_{\text{površina kugle}}} = \kappa \cdot E \Rightarrow E = \frac{I}{4r^2\pi\kappa}$$

Napon je:

$$U = - \int_R^{r_0} E dr = - \frac{I}{4\pi\kappa} \cdot \int_R^{r_0} \frac{dr}{r^2}$$

$$U = \frac{I}{4\pi\kappa} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{R} \right)$$

Ako je kugla duboko ukopana tada se može pretpostaviti da $R \rightarrow \infty$

$$U = \frac{I}{4\pi\kappa r_0}$$

Uz ohmov zakon:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1}{4\pi\kappa r_0} = 79,61783439 \Omega \approx 79,6 \Omega$$

2.42. Izračunajte otpor uzemljenja preko cilindričnog uzemljivača ukopanog u zemlju, polumjera 5 cm, na dubini od 1 m duljine 100 cm uz vodljivost tla od 10^{-4} S/cm .

$$r_0 = 5 \text{ cm}$$

$$r = 1 \text{ m}$$

$$l = 100 \text{ cm}$$

$$\kappa = 10^{-4} \text{ S/cm}$$

$$R = ?$$

Gustoća struje je:

$$J = \frac{I}{2\pi r l} = \kappa \cdot E$$

$$E = \frac{I}{2\pi r l \kappa}$$

Napon je:

$$U = - \int_r^{r_0} E dr = \frac{I}{2\pi l \kappa} \cdot \int_r^{r_0} \frac{dr}{r} = \frac{I}{2\pi l \kappa} \ln \frac{r}{r_0}$$

Uz ohmov zakon:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\ln \frac{r}{r_0}}{2\pi l \kappa} = \frac{\ln \frac{1 \text{ m}}{5 \cdot 10^{-2} \text{ m}}}{2 \cdot 3,14159 \cdot 100 \cdot 10^{-4} \text{ S/m}} = 47,67 \Omega$$

Punjenje i pražnjenje galvanskih članaka

- 2.43. Koliku količinu elektriciteta je dala jedna akumulatorska baterija ako smo iz nje trošili struju jakosti $3 \cdot 10^{-3}$ A kroz 12 sati?

Količina elektriciteta (Marinović, OEE1, str. 14)

$$Q = I \cdot t$$

I – struja

t – vrijeme

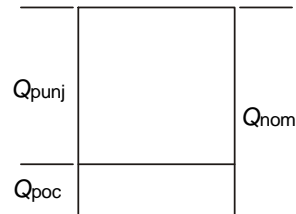
Mjerna jedinica za količinu elektriciteta je kulon, označava se sa C
1 C = 1 As

$$Q = I \cdot t = 3 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 12 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 129,6 \text{ As}$$

- 2.44. Akumulatorska baterija nakon punjenja strujom od 1,5 A kroz 8 sati potpuno se napunila. Koliko je baterija bila napunjena prije početka punjenja ako je nominalni kapacitet baterije 20 Ah?

$$Q_{\text{punj}} = I \cdot t = 1,5 \text{ A} \cdot 8 \text{ h} = 12 \text{ Ah}$$

$$Q_{\text{poc}} = Q_{\text{nom}} - Q_{\text{punj}} = 8 \text{ Ah}$$



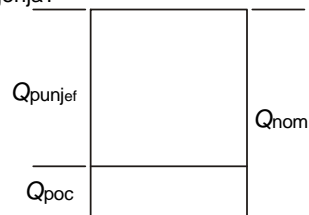
Slika 2-36.

- 2.45. Akumulatorska baterija, nakon punjenja strujom 2 A kroz 10 sati bila je potpuno puna. Ako se pri punjenju 20 % kapaciteta potroši na toplinu i elektrolizu, a ukupni kapacitet baterije je 36 Ah koliko je bilo akumuliranog elektriciteta u bateriji prije početka punjenja?

$$Q_{\text{punj}} = I \cdot t = 20 \text{ Ah}$$

$$Q_{\text{punjef}} = Q_{\text{punj}} \cdot 0,8 = 16 \text{ Ah}$$

$$Q_{\text{poc}} = Q_{\text{nom}} - Q_{\text{punjef}} = 20 \text{ Ah}$$



Slika 2-37.

- 2.46. Fe-Ni akumulator, nabijan 6 sati strujom 15 A uz prosječan napon stezaljki 1,7 V, ispraznio (izbio) se u 8 sati strujom od 10 A uz prosječan napon stezaljki 1,2 V. Koliki je stupanj iskoristivosti te kolika je iskoristivost akumulatora?

Rad električne struje (Marinović, OEE1, str. 29)

$$W = P \cdot t = U \cdot I \cdot t$$

U – napon

I – struja

t – vrijeme

Korisnost = (korisno utrošena energija)/(ukupno utrošena energija)

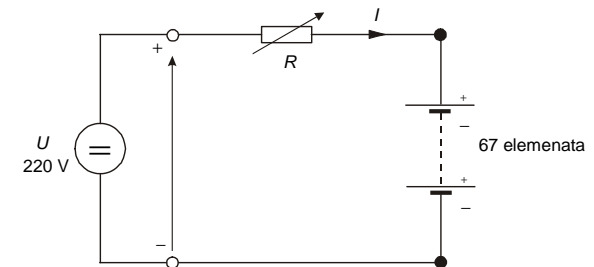
$$\eta = \frac{W_{\text{izb}}}{W_{\text{nab}}} = \frac{U_{\text{izb}} \cdot I_{\text{izb}} \cdot t_{\text{izb}}}{U_{\text{nab}} \cdot I_{\text{nab}} \cdot t_{\text{nab}}} = \frac{1,2 \text{ V} \cdot 10 \text{ A} \cdot 8 \text{ h}}{1,7 \text{ V} \cdot 15 \text{ A} \cdot 6 \text{ h}} = 0,6274 \approx 0,63 = 63 \%$$

Iskoristivost akumulatora

$$\xi = \frac{Q_{\text{izbijanja}}}{Q_{\text{nabijanja}}}$$

$$\xi = \frac{Q_{\text{izbijanja}}}{Q_{\text{nabijanja}}} = \frac{I_{\text{izb}} \cdot t}{I_{\text{nab}} \cdot t} = \frac{10 \text{ A} \cdot 8 \text{ h}}{15 \text{ A} \cdot 6 \text{ h}} = 0,89 = 89 \%$$

- 2.47. U kojim će granicama trebati mijenjati regulacijski otpor R pri punjenju akumulatorske baterije (od 67 elemenata), stalnom strujom od 20 A iz mreže stalnog istosmjernog napona 220 V, ako pri punjenju napon stezaljki po elementu naraste od 2,2 V do 2,6 V.



Slika 2-38.

$$U_1 = 67 \cdot 2,2 \text{ V} = 147,4 \text{ V}$$

$$U_2 = 174,2 \text{ V}$$

$$R_1 = \frac{U - U_1}{I} = 3,63 \Omega$$

$$R_2 = \frac{U - U_2}{I} = 2,29 \Omega$$

2.48. Na raspolaganju se nalazi 25 akumulatorskih RG-članaka. Za svaki članak je struja nabijanja 10 A, a struja pražnjenja 15 A. Odredite:

- a) Struju nabijanja i pražnjenja ako su članci spojeni
-paralelno
-serijski
-kombinirano 5 grana po 5 članaka?

b) Trajanje izbijanja ako je stupanj iskoristivosti akumulatora 0,84 a nabijanje je trajalo 7,5 sati?

c) Napon izvora potreban za punjenje akumulatorske baterije, napon na stezaljkama kod pražnjenja, i napon pri punjenju 2,2 V, a napon pri pražnjenju 1,9 V po članku?

a)

	Paralelni spoj	Serijski spoj	Kombinirani spoj
nabijanje	25·10 A=250 A	10 A	5·10 A=50 A
pražnjenje	25·15 A=375 A	15 A	5·15 A=75 A

b) $Q_{\text{nab}} = 10 \text{ A} \cdot 7,5 \text{ h} = 75 \text{ Ah}$

$$Q_{\text{pr}} = Q_{\text{nab}} \cdot 0,84 = 63 \text{ Ah}$$

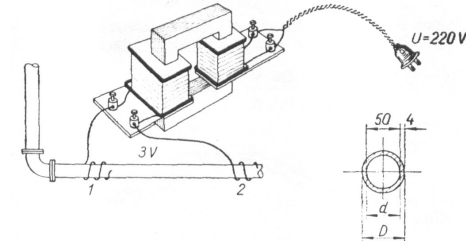
$$t = \frac{Q_{\text{pr}}}{I_{\text{pr}}} = \frac{63 \text{ Ah}}{15 \text{ A}} = 4,2 \text{ h}$$

c)

	Paralelni spoj	Serijski spoj	Kombinirani spoj
nabijanje	$E=2,2 \text{ V}$	$E=25 \cdot 2,2 \text{ V}=55 \text{ V}$	$E=5 \cdot 2,2 \text{ V}=11 \text{ V}$
pražnjenje	$U=1,9 \text{ V}$	$U=25 \cdot 1,9 \text{ V}=47,5 \text{ V}$	$U=5 \cdot 1,9 \text{ V}=9,5 \text{ V}$

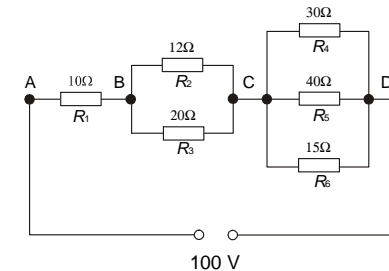
ZADACI ZA VJEŽBU

- Koliko mikroampera i miliampera ima 17 A, 0,07 A, 3,5 A?
- Pretvori 47 μF u farade?
- Koliko nam treba dugačka žica od kantala promjera 0,4 mm da se dobije otpornik otpora od 50 Ω ? Upotrijebite podatak o specifičnom otporu kantala od 1,402 $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$.
- Bakreni namot nekog elektromotora ima pri 20 $^{\circ}\text{C}$ otpor od 500 Ω . Koliki je njegov otpor pri 62 $^{\circ}\text{C}$?
- Koliki je temperaturni koeficijent žice kojoj pri zagrijavanju za 50 $^{\circ}\text{C}$ poraste otpor sa 12 Ω na 14,4 Ω ? Od kojeg je materijala ta žica?
- Toplinom električne struje koju daje transformator za odleđivanje potrebno je odmrznuti željeznu cijev unutrašnjeg promjera ϕ 50 mm i debljine stijenke cijevi 4 mm. Sekundarni napon od 3 V dovedemo na točke 1 i 2 koje su međusobno udaljene 10 m. Kolika struja prolazi kroz željeznu cijev? Upotrijebite podatak o specifičnom otporu željeza od 0,13 $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$.



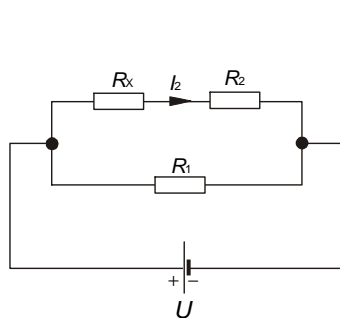
Slika 2-39.

- Koliki je ukupni otpor osam paralelno spojenih žarulja ako svaka pojedina žarulja ima otpor od 700 Ω ?
- Ako su na raspolaganju 3 otpornika ($R_1 = 6 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $R_3 = 30 \Omega$), može se spajanjem 2 ili 3 otpornika dobiti 14 različitih vrijednosti ukupnog otpora. Nacrtajte načine na koje se mogu spajati ti otpornici i izračunajte njihov ukupni otpor u svakom tom primjeru?
- Koliki je ukupni otpor 6 mješovito spojenih otpornika na slici 2-40? Koliki napon vlada između točaka A i B; B i C te C i D? Kolika je jakost struje kroz pojedine otpore?

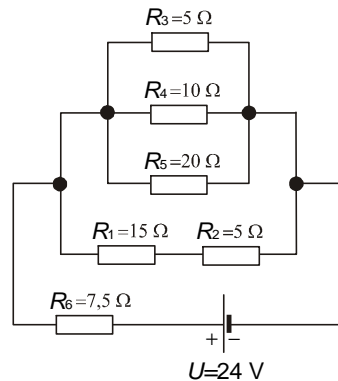


Slika 2-40.

10. Izračunajte otpor R_x koji je potrebno serijski spojiti s otpornikom $R_2 = 5 \Omega$, da gornjom granom teče struja $I_2 = 3 \text{ A}$ pri naponu izvora $U = 24 \text{ V}$ (slika 2-41.)



Slika 2-41.



Slika 2-42.

11. Izračunajte ukupni otpor složenog kruga serijski-paralelno spojenih otpora prema spoju na sl. 2-42? Nadalje izračunajte ukupnu struju I , struju I_4 (kroz otpornik R_4) i pad napona na otporniku R_1 ?
12. Na električnom glačalu napisani su sljedeći podaci: 230 V, 500 W. Treba izračunati otpor žice grijačeg tijela i struju kada je glačalo uključeno.
13. Treba odrediti nepoznatu snagu elektromotora s pomoću električnog brojila. Elektromotor je bio u pogonu 0,5 h. Pred uključanjem elektromotora brojčanik električnog brojila je pokazivao 10347,30 kWh, a nakon zaustavljanja elektromotora, kada se provelo ponovo očitavanje električnog brojila, brojčanik je pokazivao 10348,55.
14. Voltmetar je stalno priključen na mrežu 230 V. Njegovim unutrašnjim otporom (predotpor i otpor instrumenta) $R = 10\,000 \Omega$ konstantno prolazi struja. Kolika je potrošnja električne energije u toku cijele godine?
15. Kada se uključi električnu peć u kućanstvu, okrugla ploča električnog brojila okrene se za 2 minute 30 puta. Kolika je snaga te peći ako je na električnom brojilu označena konstanta brojila od 750 okr/kWh?
16. Džepna baterija stoji 18 kn a može davati struju jakosti 0,5 A uz prosječni napon od 4 V kroz 5 sati. Koliko košta 1 kWh električne energije iz džepne baterije?
17. Na udaljenosti od 150 m od izvora izmjeničnog napona 230 V nalazi se skupina omskih trošila ukupne snage 3,3 kW. Koliki treba biti presjek bakrenog vodiča da gubitak napona ne bude veći od 2 %? Na raspolaganju su sljedeći presjeci u milimetrima kvadratnim: 4, 10, 16, 25, 35, 50.

Rješenja

- 17 000 000 μA ; 70 000 μA ; 3 500 000 μA
17 000 mA; 70 mA; 3 500 mA
- $47 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 0,000047 \text{ F}$
- $S = 0,1256 \text{ mm}^2$; $l = 4,48 \text{ m}$
- $R_i = 584 \Omega$
- $\alpha = 0,004$; aluminij
- $S = 679 \text{ mm}^2$
 $R = 0,001915 \Omega$
 $I = 1567 \text{ A}$
- $R = 87,5 \Omega$
- 16 Ω ; 36 Ω ; 40 Ω ; 46 Ω ; 3,75 Ω ; 5 Ω ; 7,5 Ω
13,5 Ω ; 15 Ω ; 33,75 Ω ; 3,33 Ω ; 10,43 Ω ; 7,82 Ω ; 5,22 Ω
- $R_{23} = 7,5 \Omega$; $R_{456} = 8 \Omega$; $R = 25,5 \Omega$; $I = 3,92 \text{ A}$
 $u_{AB} = 39,2 \text{ V}$; $u_{BC} = 29,4 \text{ V}$; $u_{CD} = 31,4 \text{ V}$
- $R_x = 3 \Omega$
- $R_{3,4,5} = 2,85 \Omega$ $R_{1,2} = 20 \Omega$ $R_u = 2,5 \Omega$ $R = 10 \Omega$ $I = 2,4 \text{ A}$ $U_u = 6 \text{ V}$
 $I_4 = 0,6 \text{ A}$ $I_1 = 0,3 \text{ A}$ $U_{R_1} = 4,5 \text{ V}$
- $R = 105,8 \Omega$
 $I = 2,17 \text{ A}$
- $P = 2,5 \text{ kW}$
- $P = 5,29 \text{ W}$
 $A = 46,3 \text{ kWh}$
- $P = 1200 \text{ W}$
- 1800 kn/kWh
- $S = 25 \text{ mm}^2$; $\Delta U = 2,98 \text{ V} = 1,29 \%$