

ELEKTRIČNO I MAGNETNO POLJE

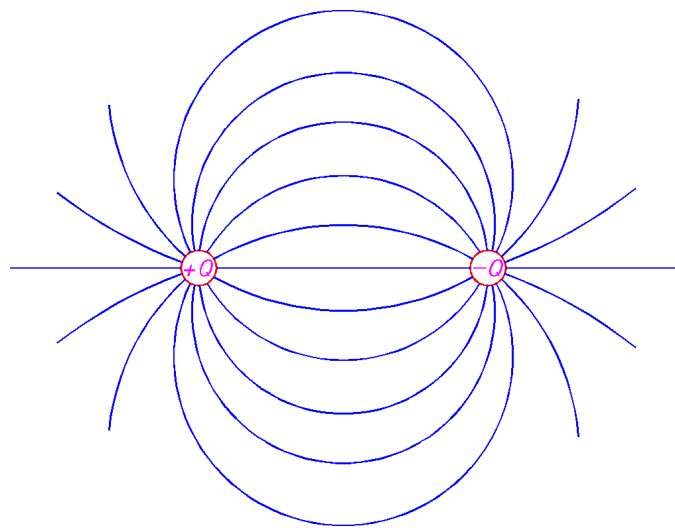
Elektroni u mirovanju – elektrostatika – elektrostatska polja/sile – dielektričnost ϵ_0

Elektroni u gibanju – elektrodinamika – magnetska polja/sile – permeabilnost μ_0

Elektromagnetski valovi – brzina svjetlosti – c

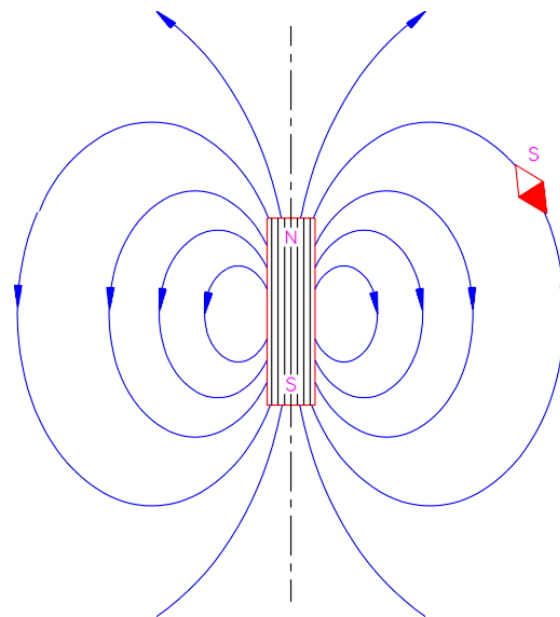
$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}}$$

Elektrostatske pojave
-2 pola, razdvojiva



$$Q = n \cdot e$$

Elektromagnetske
-2 pola, nerazdvojiva



$$\epsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \quad \text{dielektričnost vakuuma}$$

Relativna dielektričnost nekih tvari

Tvar	ϵ_r	Tvar	ϵ_r	Tvar	ϵ_r
Čvrste tvari		Polietilen	2,3	Glicerin	42,5
Asfalt	2,7	Signetova sol	(6000)	Glikol	40,5
Drvo (hrast)	(5)	Stiropor	1,1-1,3	Voda (0 °C)	87,90
Granit	7-9	Staklo	4-8	Voda (25 °C)	78,38
Guma	3,2	Tekućine		Voda (100 °C)	55,51
Silicij	11,7	Aceton	20,70	Plinovi (20 °C)	
Led (0 °C)	91,5	Benzen	2,28	Ugljični dioksid	1,000902
Kondenz. papir	4-6	Kloroform	4,72	Zrak	1,000594
PVC	2,8	Tekući helij (3K)	1,06	Vodik	1,000272
Pleksi	2,6	Etanol	24,55	Vakuum	1,00

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A} \quad \text{permeabilnost vakuuma}$$

Primjeri vrijednosti magnetske indukcije (u blizini polova)

Mjesto, uređaj	B (T)	Mjesto, uređaj	B (T)
Srce pri otkucaju	10^{-11}	Najjači stalni magnet	oko 2
Prosječno polje zemlje	$4,7 \cdot 10^{-5}$	Supravodički magneti	10
Mali školski magnet	10^{-3}	Najjače trajno polje u laboratoriju	35,5
Mali električni stroj	0,005-0,02	Najjače trenutno polje u laboratoriju	2500
Tipični elektromagnet	0,1	Neke neutronske zvijezde	$7 \cdot 10^8$

ELEKTRIČNO POLJE

Sadržaj:

Naboji i silnice električnog polja,

Privlačenje ili odbijanje nekom silom dvaju ili više naboja,

Električno polje, homogeno i nehomogeno,

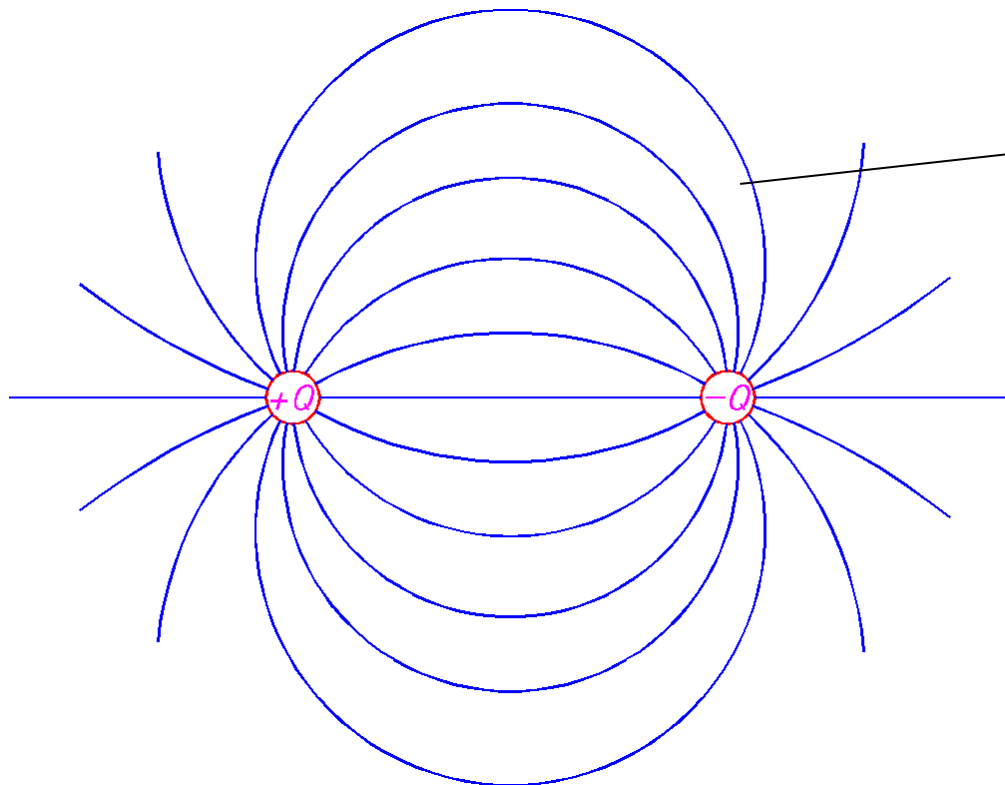
Kondenzator,

Prijelazne pojave kondenzatora u istosmjernom strujnom krugu,

Serijsko i paralelno spajanje kondenzatora.

ELEKTRIČNO POLJE

Svaki naboj je izvor (pozitivni naboj) ili ponor (negativni naboj) elektrostatskog polja



silnice polja - potencijalnih sila

sila prema Coulombovom zakonu

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

ϵ - dielektričnost

Q_1, Q_2 - električni naboji

r - udaljenost između naboja

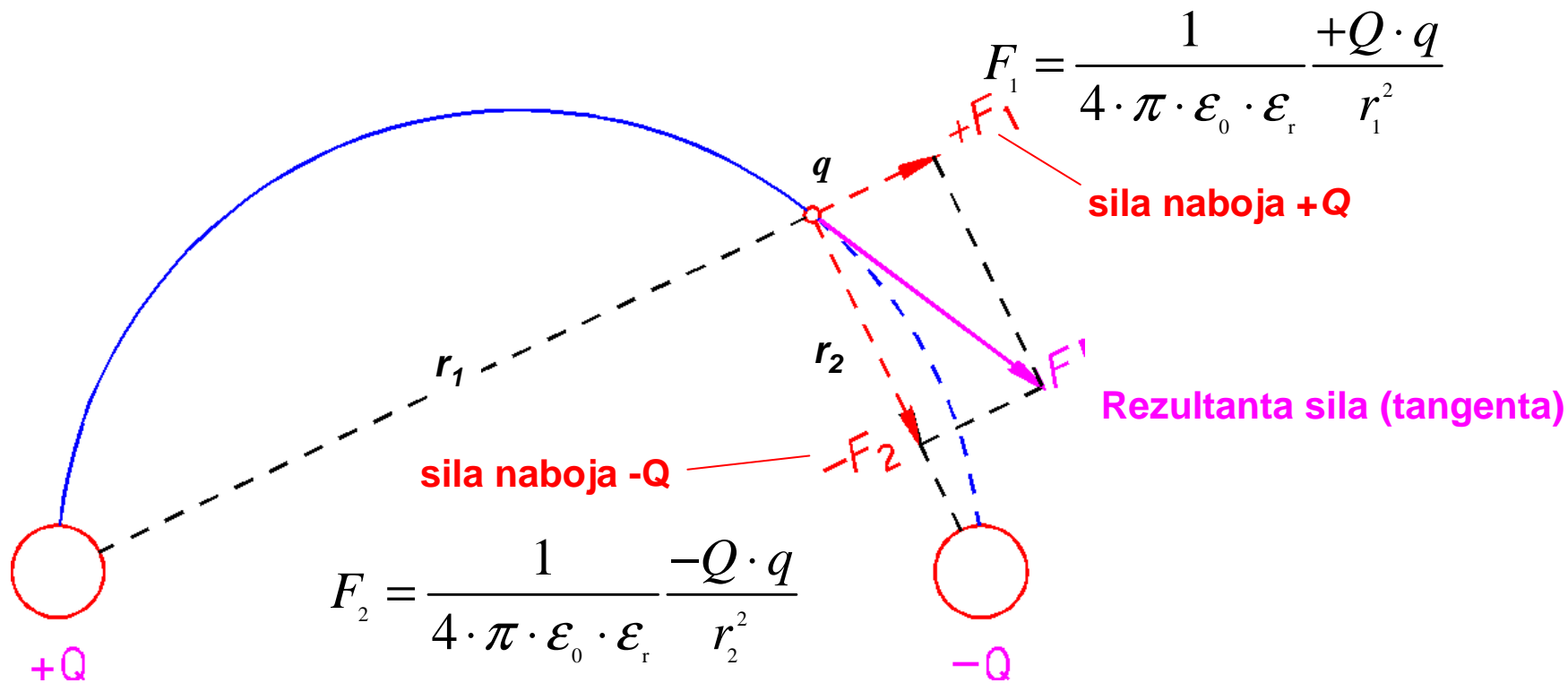
Jakost polja oko jednog naboja Q :

$$E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \frac{Q}{r^2} \quad \left(\frac{\text{V}}{\text{m}} \right)$$

Potencijal u nekoj točki oko jednog naboja Q :

$$\varphi = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \frac{Q}{r} \quad (\text{V})$$

Napon – razlika potencijala



$$F_1 = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \frac{+Q \cdot q}{r_1^2}$$

sila naboja +Q

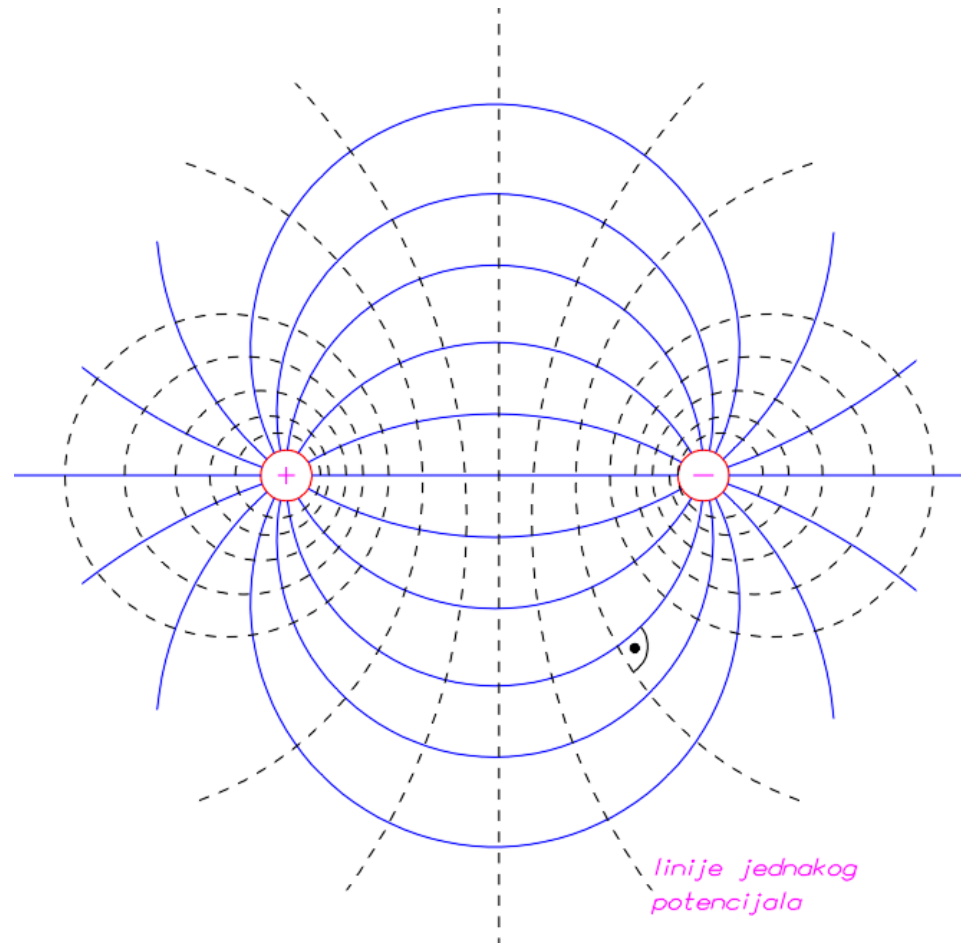
$$F_2 = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \frac{-Q \cdot q}{r_2^2}$$

sila naboja -Q

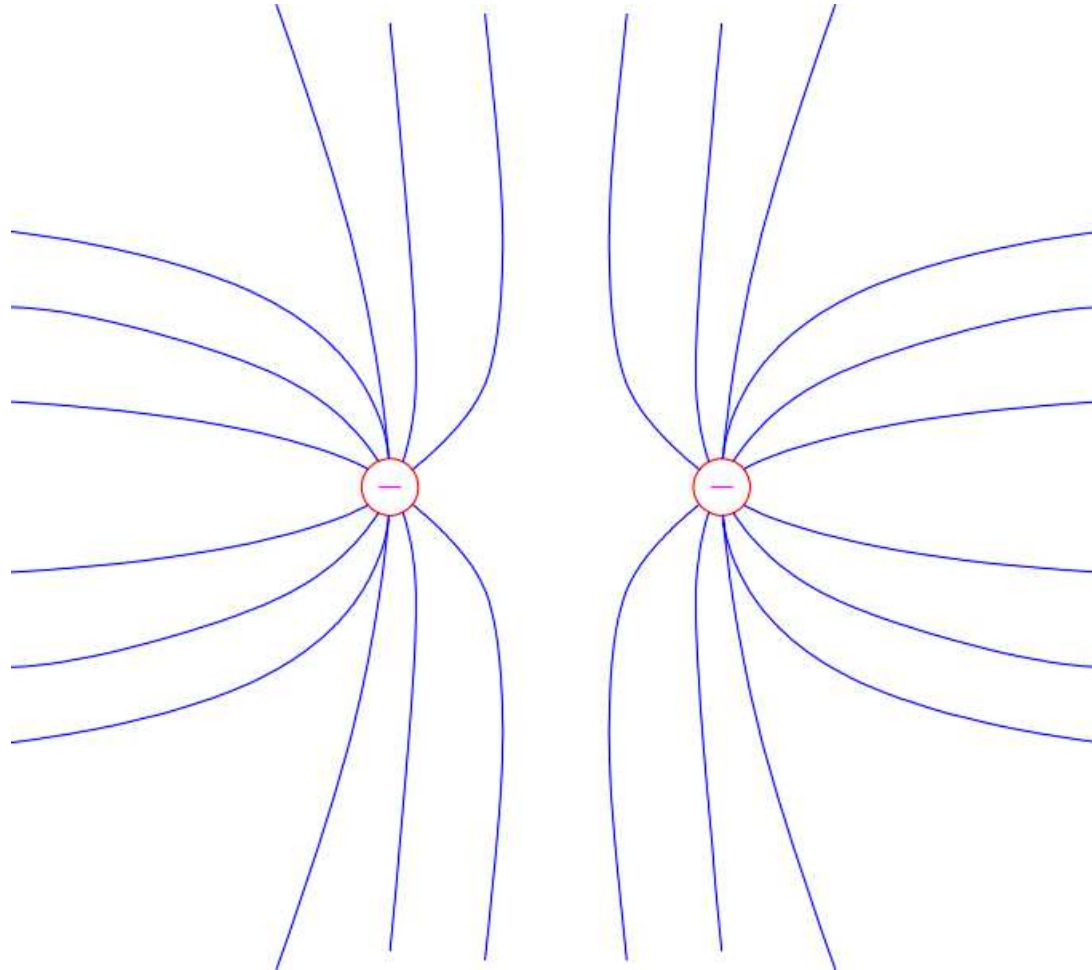
Rezultanta sila (tangenta)

$+Q, -Q$ - električki naboji
 r_1 i r_2 - udaljenosti do naboja

nehomogeno polje između točkastih naboja različitih predznaka



nehomogeno polje između točkastih naboja jednakog predznaka

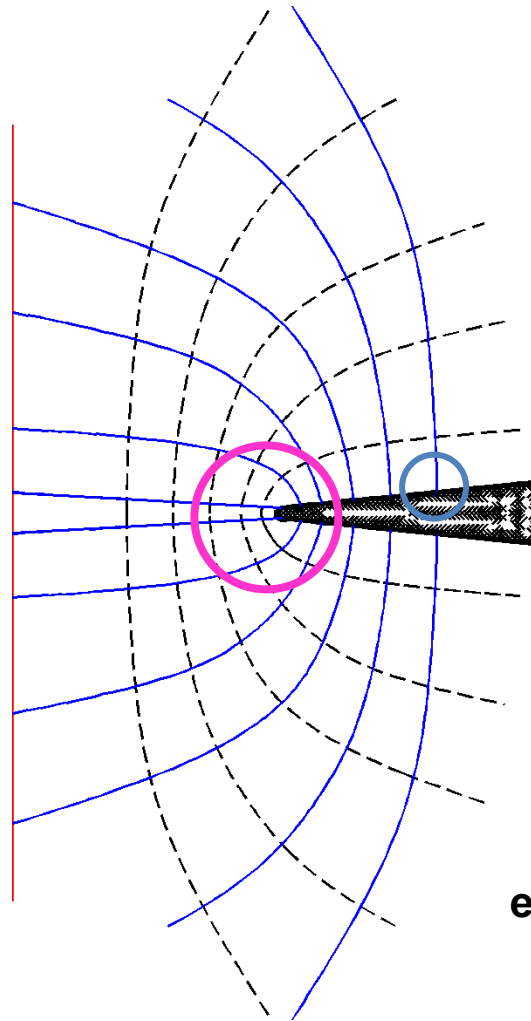


utjecaj oblika elektroda na oblik polja

najveća koncentracija
silnica na istaknutim
dijelovima

električna probojna
čvrstoća \Rightarrow proboj izolacije

elektrostatički elektricitet
(naboj) \Rightarrow u praksi opasno

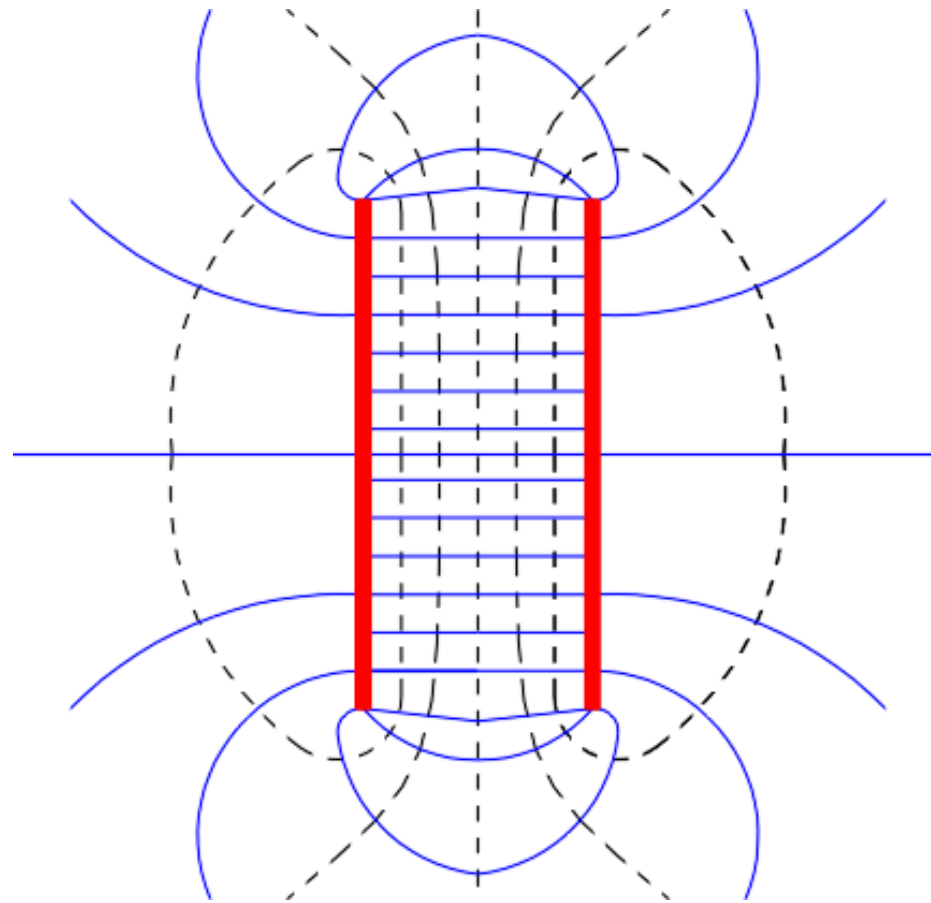


silnice uvijek
okomite na površinu
nosioca naboja

elektrostatski elektricitet –
posljedica gomilanja
električnog naboja - efekti ovise
o kapacitetu nosioca naboja



Kondenzator



za homogeno električno polje \Rightarrow jakost polja = napon između naboja / udaljenost

$$E = \frac{U}{d} \left(\frac{\text{V}}{\text{m}} \right)$$

U - razlika potencijala
 l - udaljenost

$$E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \frac{Q}{d^2}$$

naboj uzrokuje u izolatoru električni tok (količina naboja)

$$\Psi = Q \quad (\text{C})$$

gustoća električnog toka (električni pomak)

$$D = \frac{\Psi}{S} \left(\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right)$$

$$D = \frac{\Psi}{S} = \frac{Q}{S} = \frac{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot E \cdot d^2}{S}$$

za kuglu $D = \frac{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot E \cdot d^2}{4 \cdot r^2 \cdot \pi} \Big|_{d=r} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot E = \epsilon \cdot E$

gustoća električnog pomaka razmjerna je jakosti električnog polja

ϵ - dielektrična konstanta C/Vm ili As/Vm

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 8,85 \cdot 10^{-12} \quad \left(\frac{\text{As}}{\text{Vm}} \right)$$

Kapacitet kondenzatora

općenito - napon između elektroda

$$U = \int E \cdot dd$$

a za homogeno električno polje u kondenzatoru

$$U = E \cdot d$$

ako je jakost polja u kondenzatoru $E = \frac{U}{d} \left(\frac{\text{V}}{\text{m}} \right)$ tada je $Q = D \cdot S \quad (\text{C})$

Q - količina naboja na kondenzatoru

d - razmak među elektrodama u m

S - površina dielektrika ili nosioca naboja elektrode u m²

može se napisati $\Rightarrow Q = \varepsilon \cdot E \cdot S = \varepsilon \cdot \frac{U}{d} \cdot S = U \cdot \varepsilon \cdot \frac{S}{d} = U \cdot C$

odnosno električni kapacitet kondenzatora

$$C = \frac{Q}{U} = \varepsilon \cdot \frac{S}{d} \quad (\text{F})$$

kapacitet kondenzatora ovisan samo o dimenzijama i dielektričnoj konstanti materijala između ploča kondenzatora

Energija (rad) uskladišten u nabijenom kondenzatoru

trenutna vrijednost struje punjenja kondenzatora

$$i_C = \frac{dQ}{dt}$$

ukupni naboj kondenzatora $Q = \int_0^t i_C \cdot dt$

energija punjenja kondenzatora

$$dA = U \cdot i_C \cdot dt$$

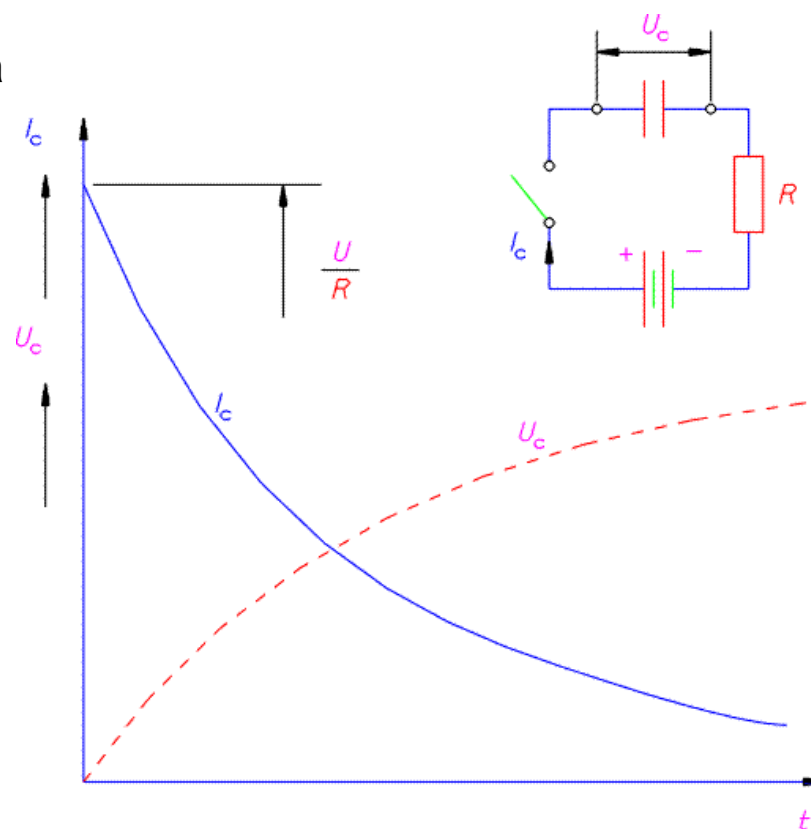
uz $dQ = i_C \cdot dt = Cdu$ slijedi

$$i_C \cdot dt = C \cdot du \quad \text{odnosno} \quad dA = U \cdot C \cdot du$$

za punjenje (nabijanje) kondenzatora na napon U ukupno je utrošen rad

$$A = \int_0^U U \cdot C \cdot du = \frac{U^2 \cdot C}{2} \rightarrow \boxed{W_C = \frac{U^2 \cdot C}{2}}$$

to je energija nabijenog kondenzatora (akumulirana u elektrostatskom polju)



Vremenska konstanta $\tau = R \cdot C$ (s)

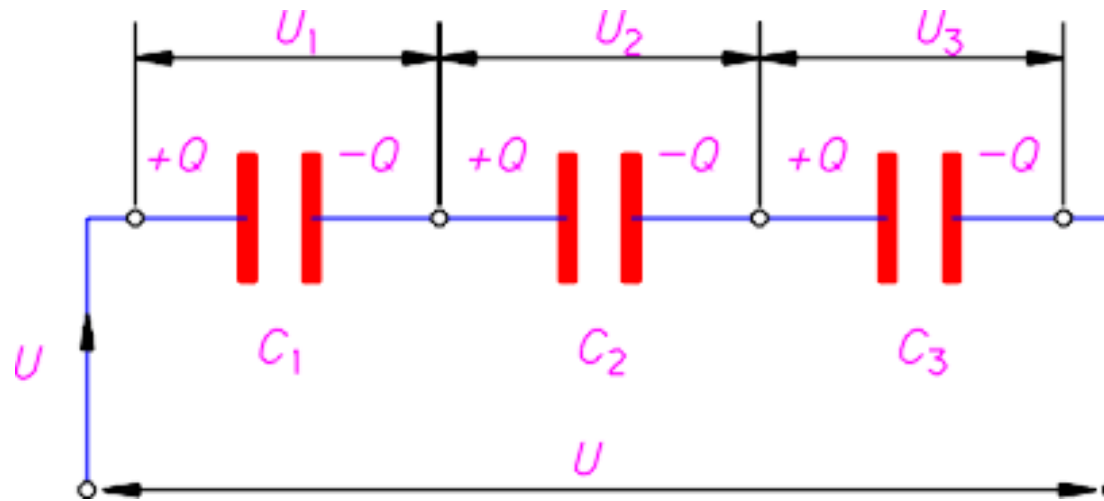
punjenje kondenzatora za $t = 0$, $U_C = 0$, $i_C = \frac{U}{R}$
za $t = \infty$, $U_C = U$, $i_C = 0$

$$i_C = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \quad \text{ili} \quad i_C = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad u_C = U \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \right)$$

pražnjenje kondenzatora za $t = 0$, $i_C = \frac{U}{R}$
za $t = \infty$, $i_C = 0$

$$i_C = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \quad \text{ili} \quad i_C = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad u_C = U \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Serijsko spajanje kondenzatora



Ekvivalentnog kondenzatora sa trostruko većim razmakom između ploča

vrijedi slijedeće:

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 \dots = Q_i = C_i \cdot U_i \quad U = U_1 + U_2 + U_3 \dots = \sum_1^n U_i$$

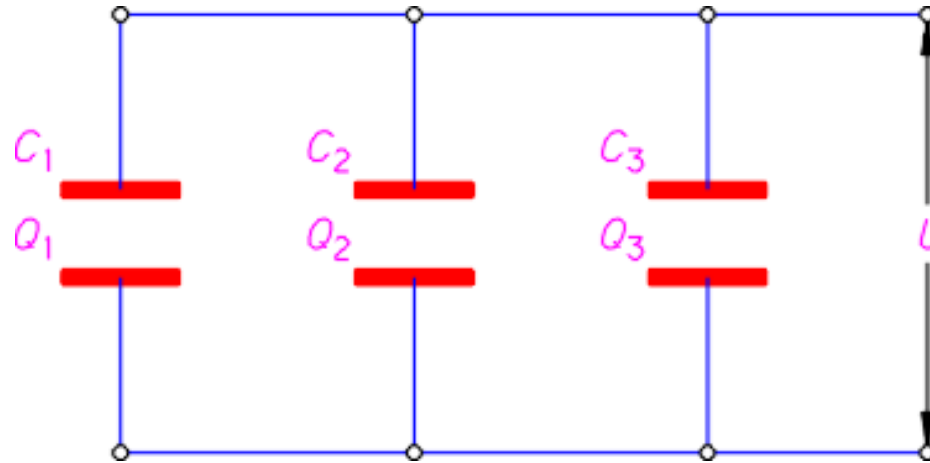
što rezultira sa

$$\frac{1}{C} = \sum_1^n \frac{1}{C_i} \rightarrow C = \frac{1}{\sum_1^n \frac{1}{C_i}}$$

za dva kondenzatora \Rightarrow

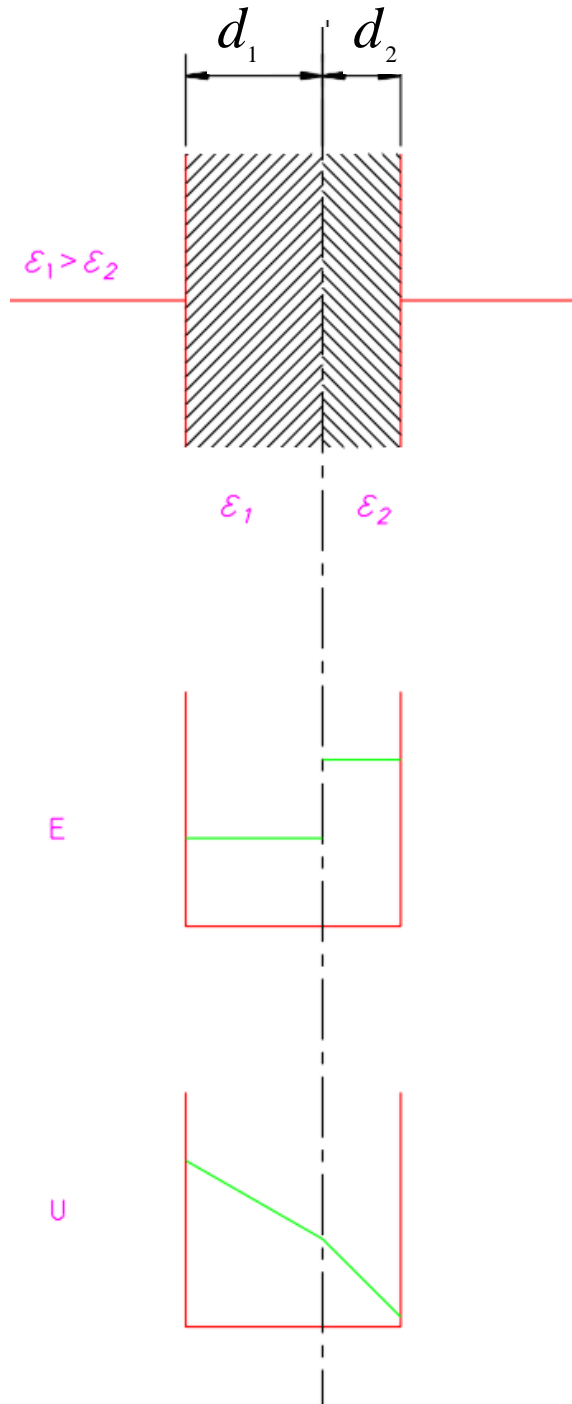
$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \quad \text{i} \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1}$$

Paralelno spajanje kondenzatora



Ekvivalentnog kondenzatora sa trostruko većom površinom ploča

$$Q = \sum_1^n Q_i = \sum_1^n U \cdot C_i \rightarrow Q = U \sum_1^n C_i \quad \text{slijedi} \quad C = \sum_1^n C_i$$



jedan kondenzator dva različita dielektrika - kao dva serijski spojena kondenzatora

gustoća električnog toka jednaka u oba dielektrika

$$D = \epsilon \cdot E \rightarrow \epsilon_1 \cdot E_1 = \epsilon_2 \cdot E_2$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}}$$

$$U = U_1 + U_2 = E_1 \cdot d_1 + E_2 \cdot d_2$$

MAGNETNO POLJE

Sadržaj:

Magnetski dipol,

Magnetsko polje,

Sila na vodič protjecan strujom,

Magnetiziranje željeza,

Magnetski krug,

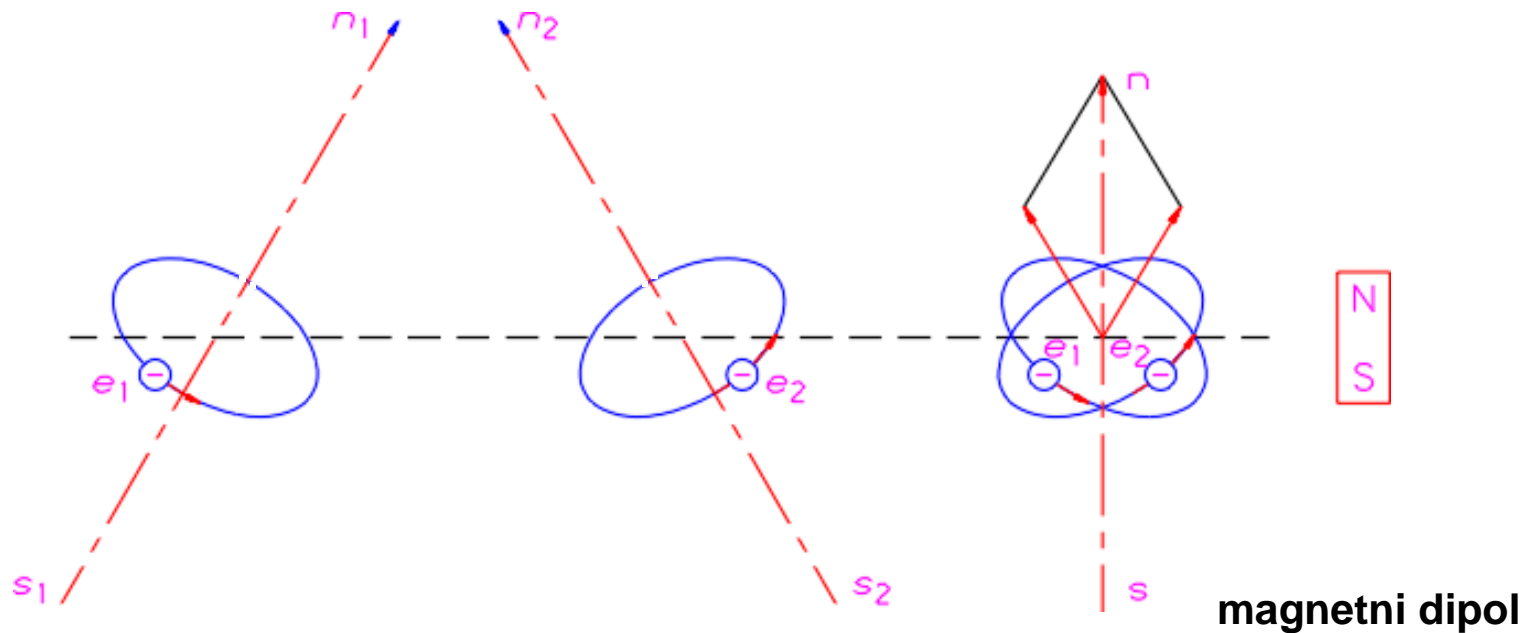
Inducirani napon,

Samoindukcija,

Elektromagnet

MAGNETNO POLJE

svako kretanje elektrona izaziva nastajanje orijentiranog magnetnog polja

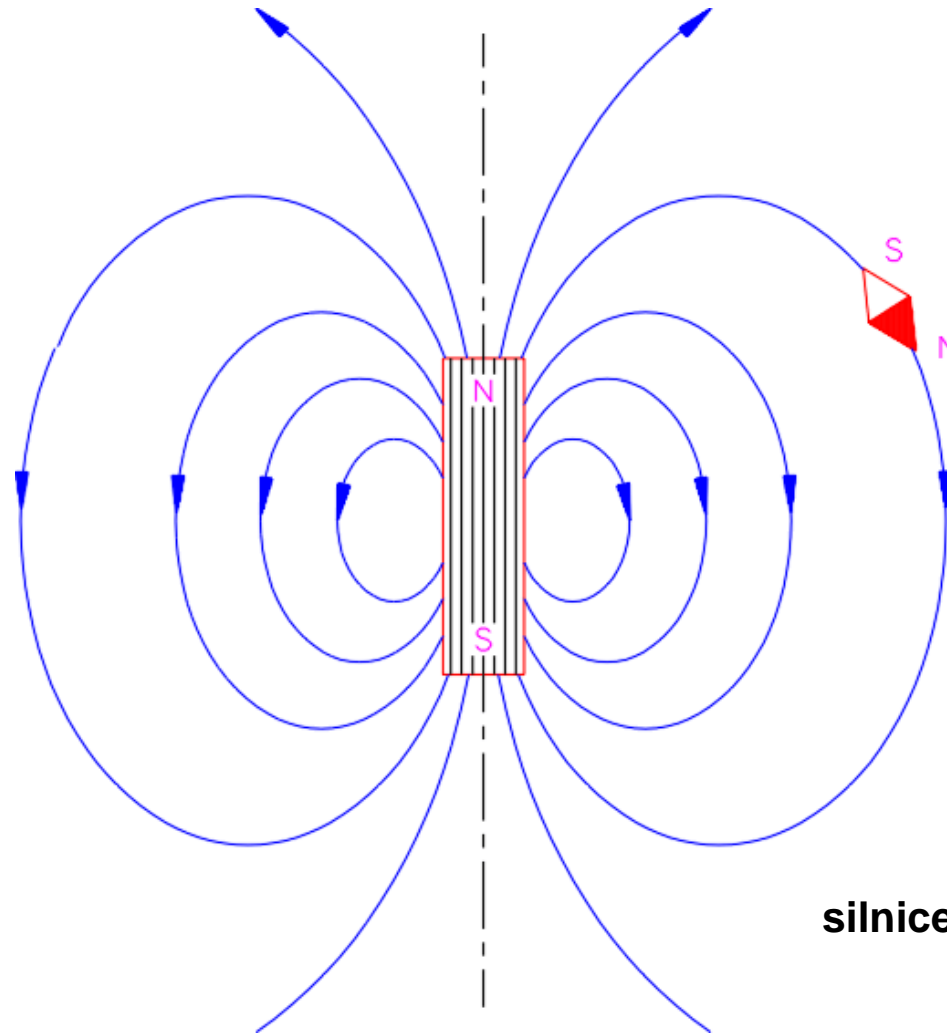


magnetna orijentiranost pojedinih molekula nema utjecaja
na kemijska i tehnička svojstva magnetskog materijala

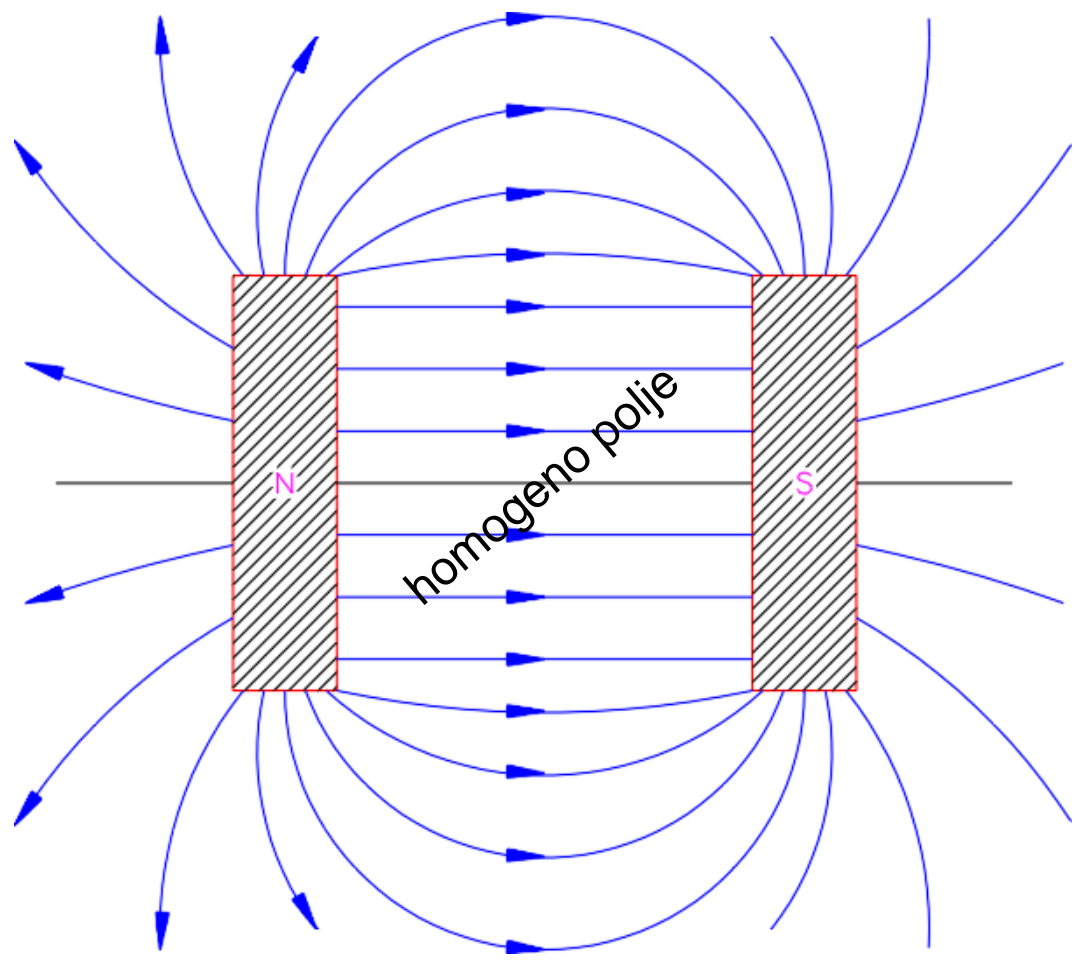
zagrijavanjem iznad neke kritične temperature (točka Currie)
gube se magnetna svojstva (Fe 650 ° C – 700 ° C)

Oblici i djelovanje magnetnih polja

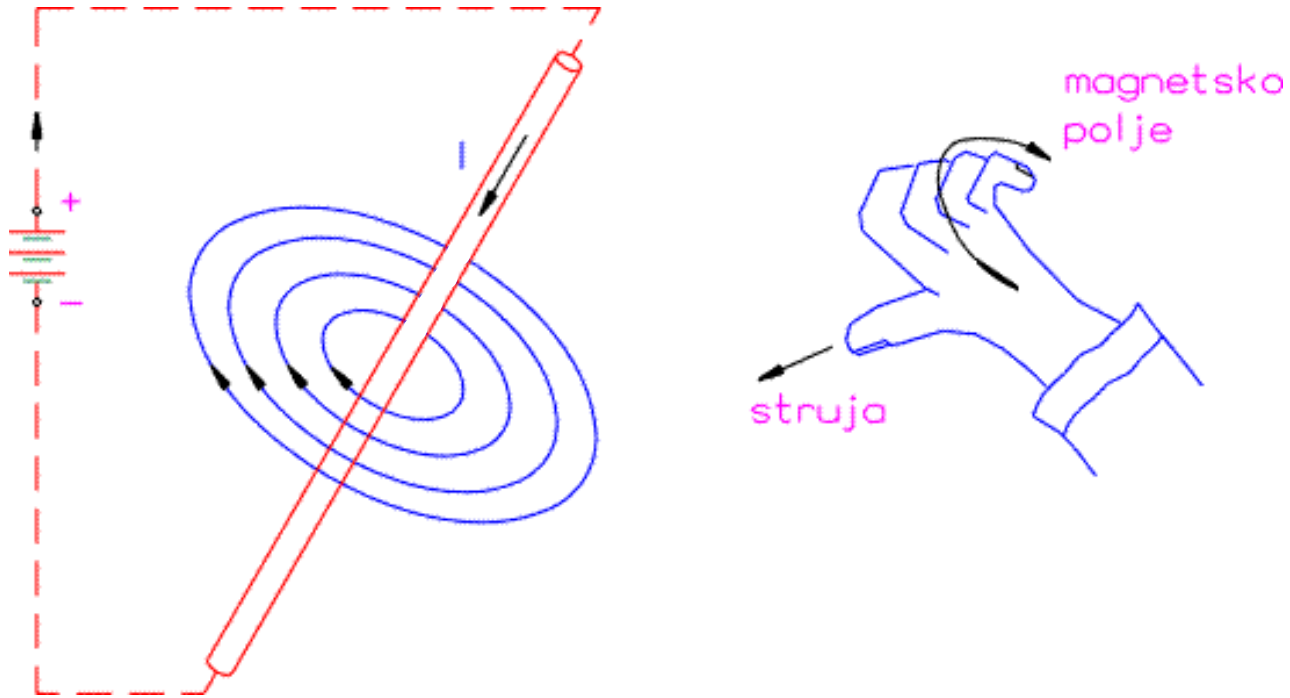
oblik polja ovisi o obliku izvora



silnice N izlaze S ulaze

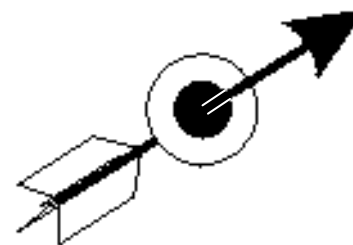
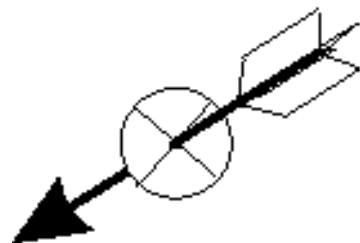


orijentacija polja oko vodiča protjecanog strujom

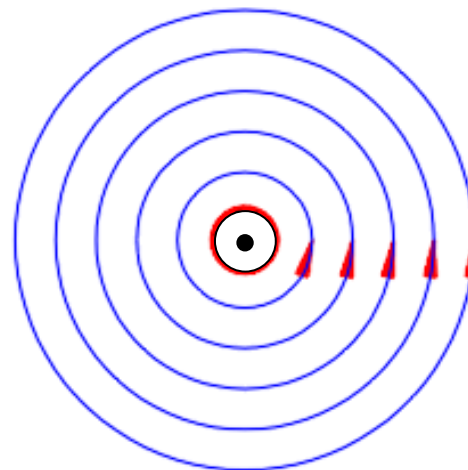
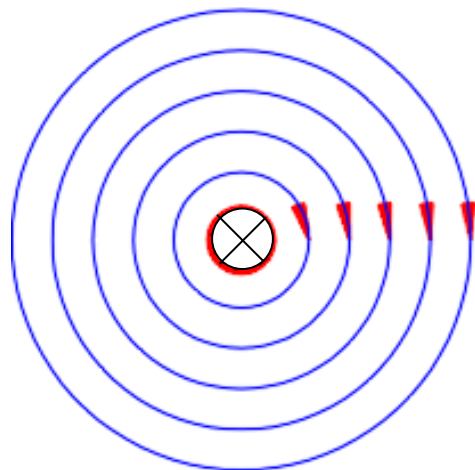


pravilo desne ruke ili pravilo desnog vijka

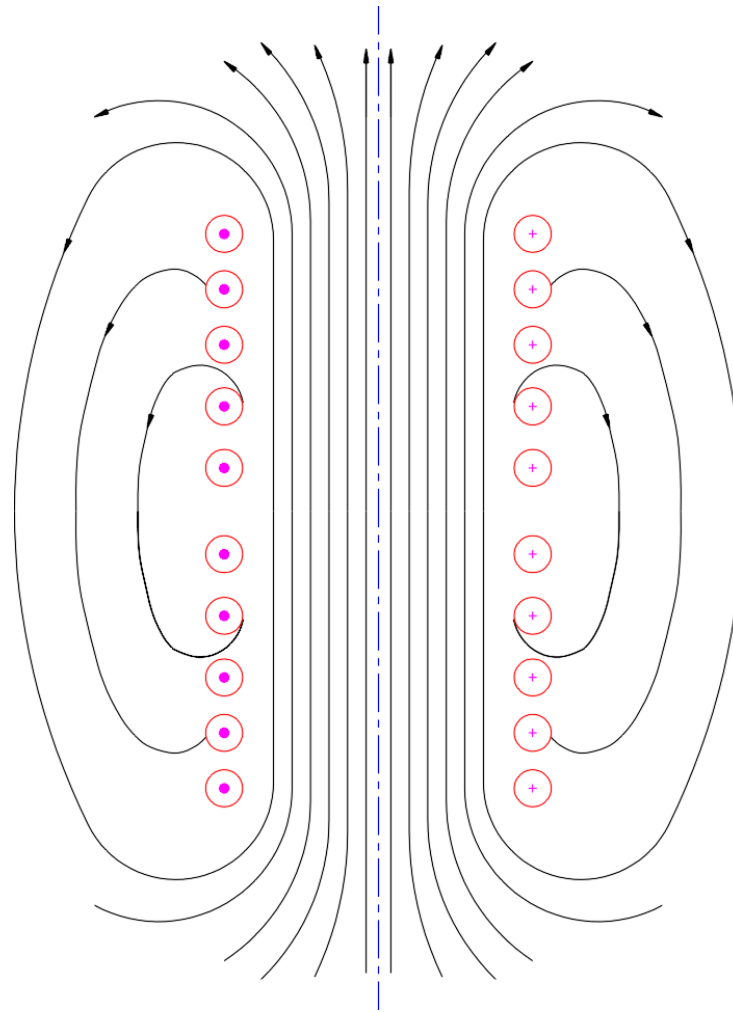
**prikazivanje struje i smjer magnetnog polja oko pojedinog vodiča
PRAVILO DESNE RUKE**



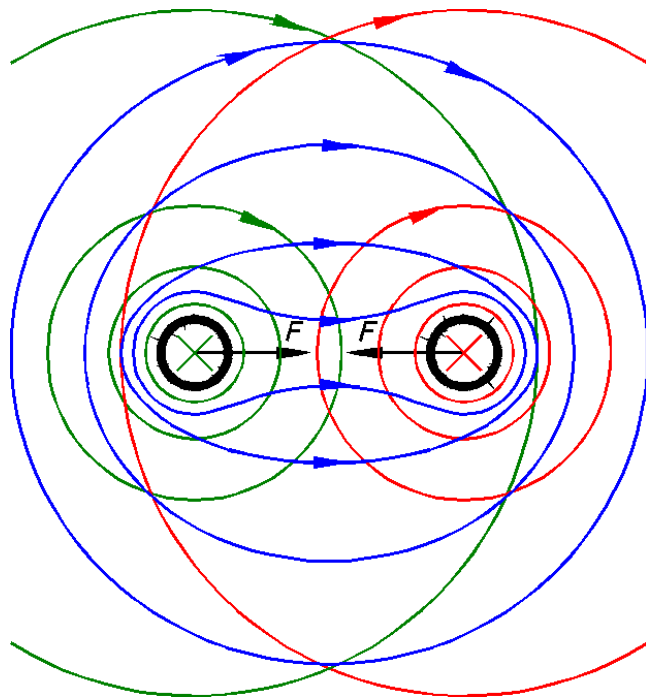
smjer
struje



magnetno polje svitka



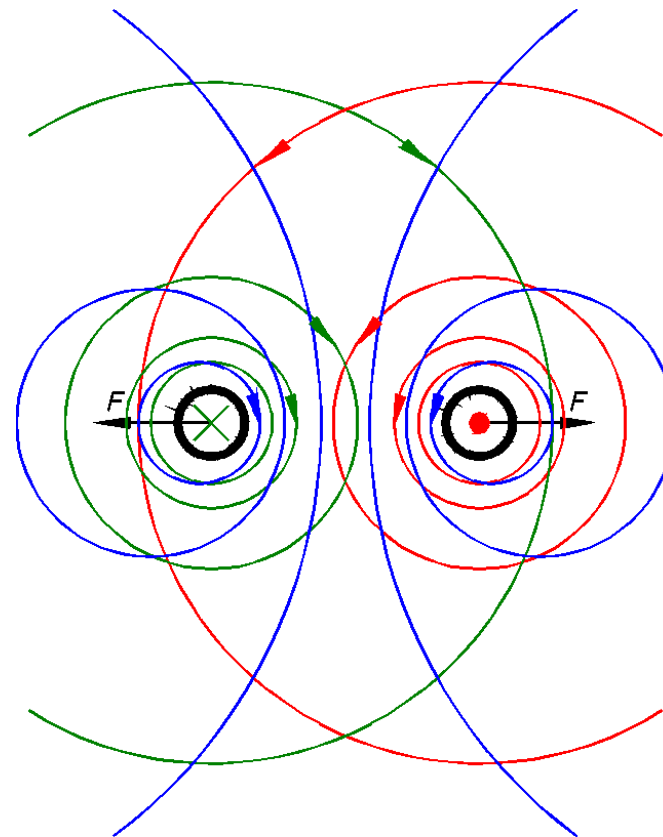
međusobni utjecaj magnetnih polja



približavanje vodiča

**vodiči dva susjedna namota
se privlače - kratki spoj**

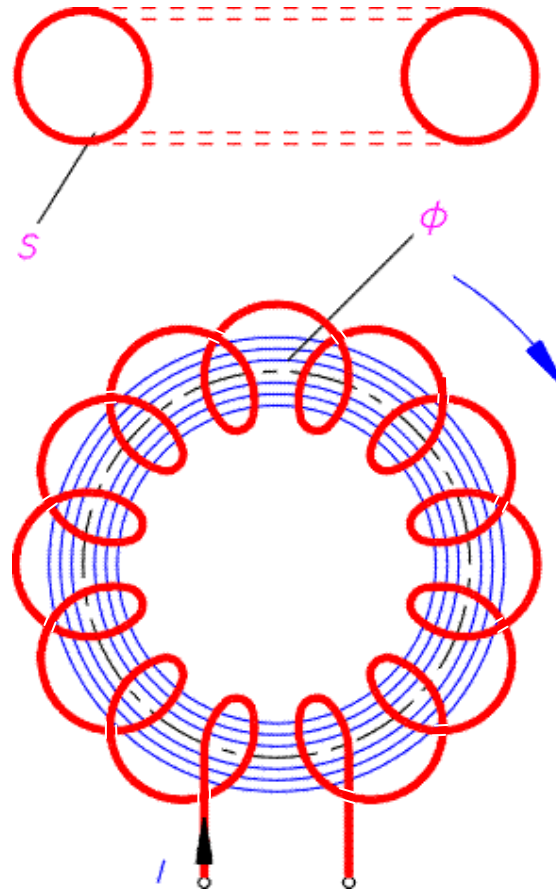
**izolacija izložena
mehaničkom naprezanju**



udaljavanje vodiča

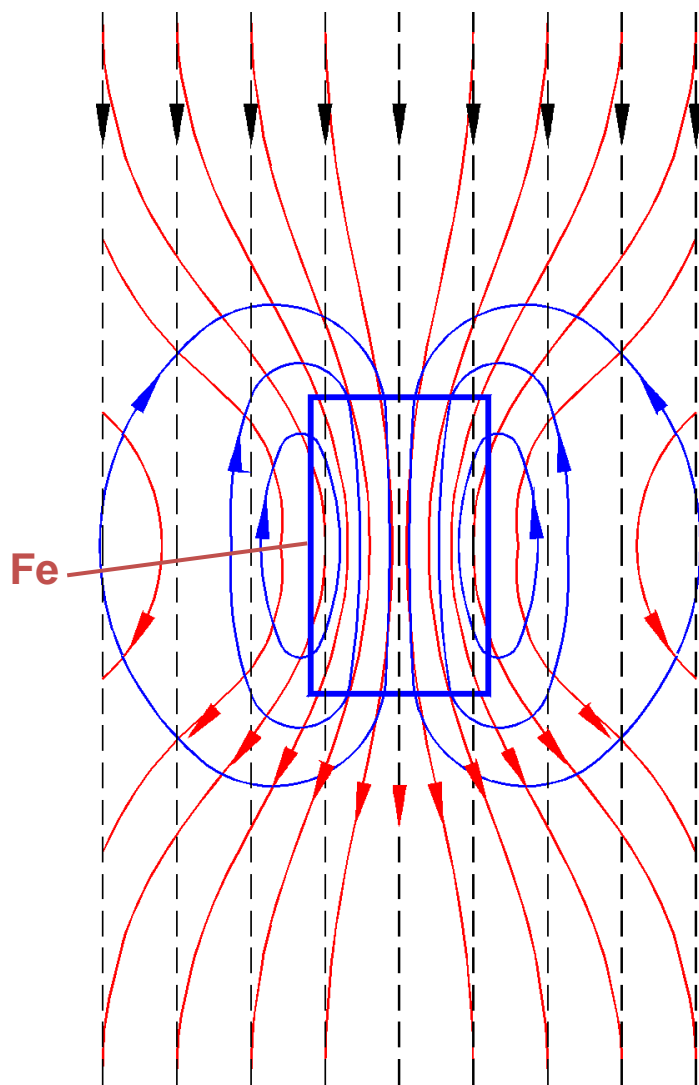
**vodič jednog namota
se razvlači - kružni oblik**

toroidni svitak



nema rasipnog magnetnog toka

na oblik polja utječe i
magnetna vodljivost materijala



mag. vod. Fe >> mag. vod. zraka

vodljivost mag. polja - magnetna permeabilnost

$$\mu = \frac{B}{H}$$

B - magnetna indukcija (gustoća) (T)

H - jakost magnetnog polja (intenzitet) (A/m)

$$B = \frac{\Phi}{S}$$

Φ - magnetni tok (Vs)

S - presjek magnetne jezgre (m²)

$$H = \frac{I \cdot N}{l}$$

I - struja (A)

N - broj namotaja svitka

l - duljina svitka (m)

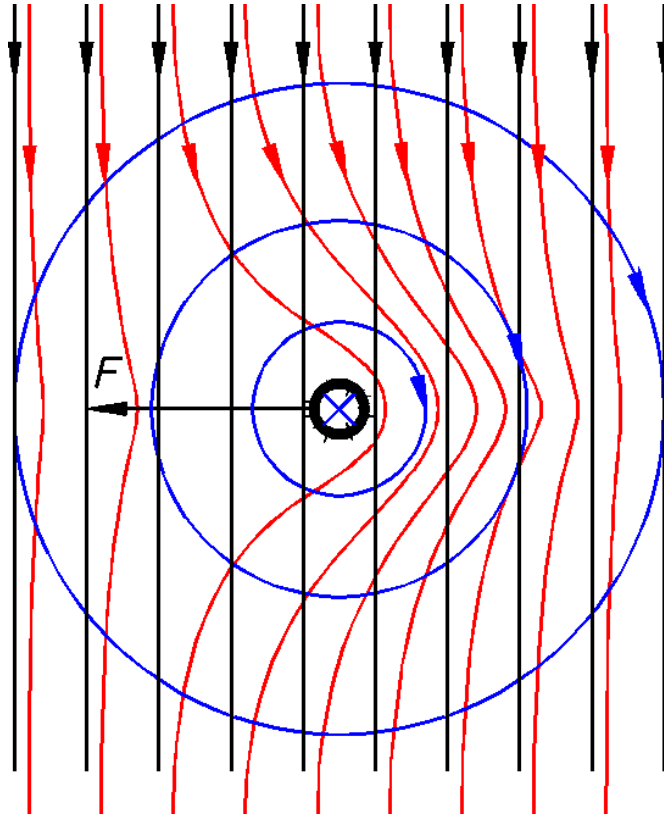
apsolutna

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r \text{ — relativna (za zrak 1)}$$

$$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ (H/m)}$$

Sila u magnetnom polju - (pravilo lijeve ruke)

sila ovisi o razlici
gustoće silnica
magnetnog polja
s jedne i druge
strane vodiča



$$dF = i \cdot \frac{B \cdot l \cdot dx}{dx} \rightarrow F = B \cdot I \cdot l$$

F - sila (N)

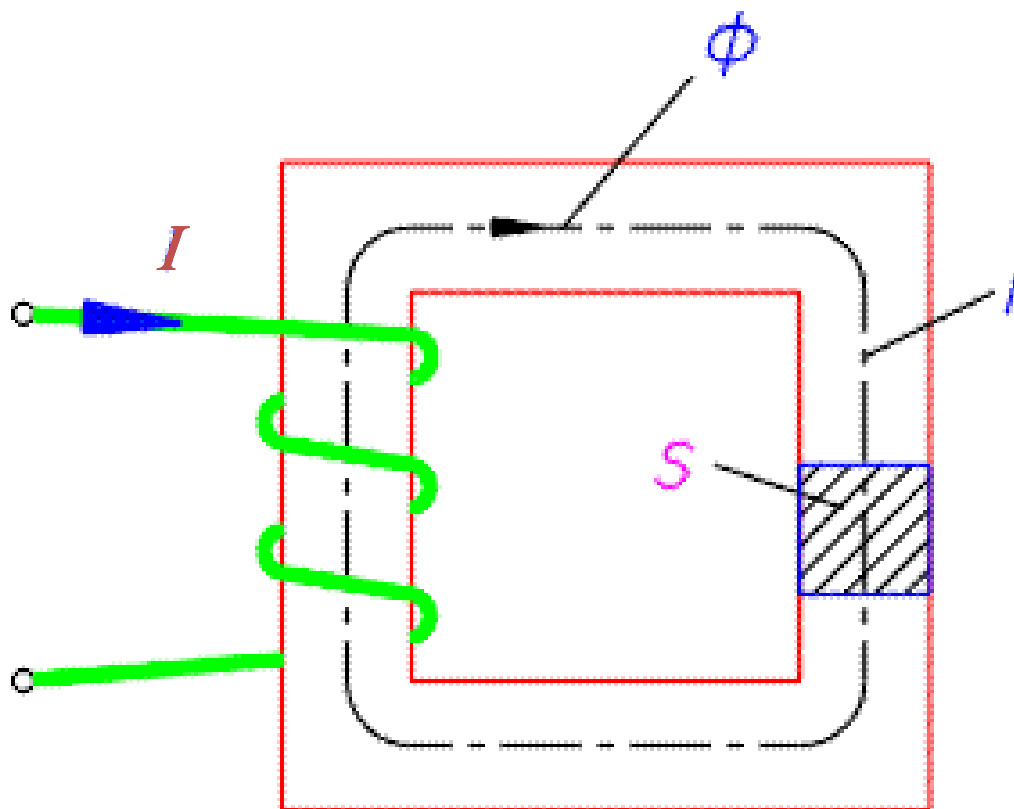
$$M = F \cdot r \text{ (Nm)}$$

M - moment

r - krak sile (polumjer rotora) (m)

sila \Rightarrow mehanički rad \Rightarrow pretvaranje električne
energije u mehanički rad (elektromagneti i
elektromotori)

Magnetiziranje železa

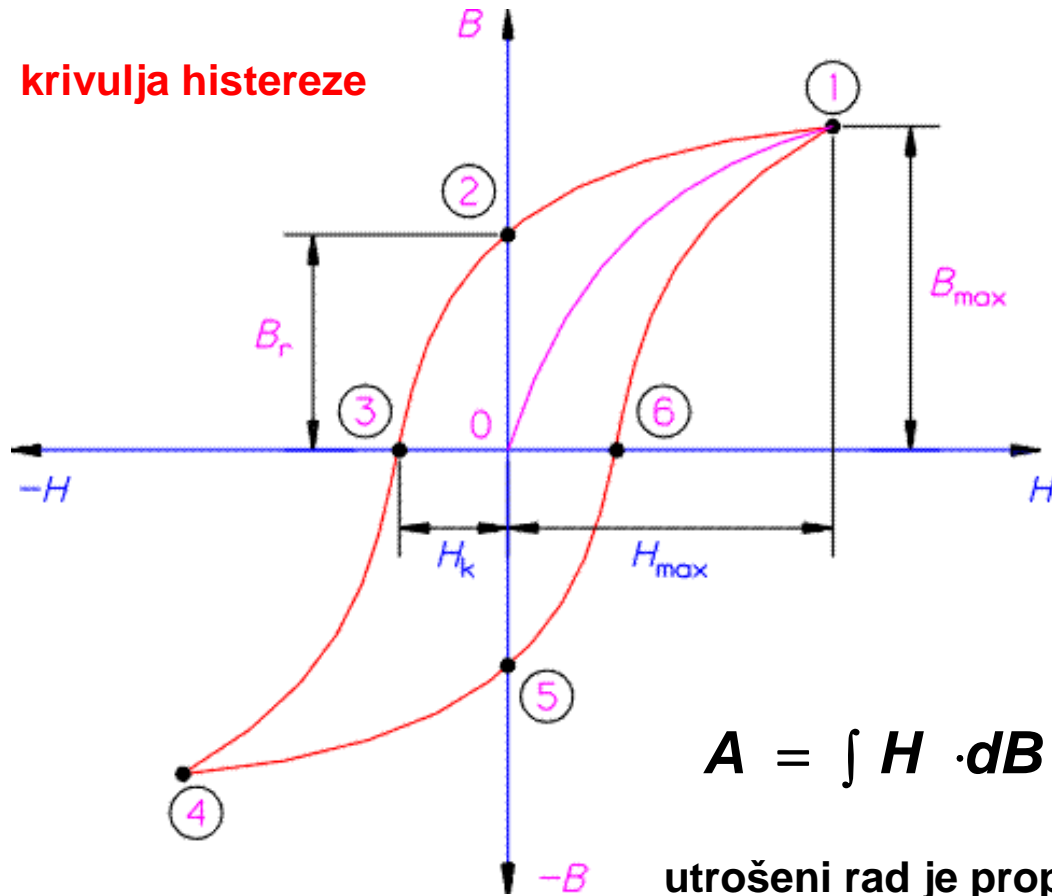


$$H = \frac{I \cdot N}{l} \left(\frac{\text{A}}{\text{m}} \right)$$

rad magnetiziranja željeza

$$A = U \cdot I \cdot t \rightarrow dA = N \cdot \frac{d\Phi}{dI} \cdot \frac{dI}{dt} \cdot I \cdot dt = N \cdot I \cdot d\Phi$$

krivulja histereze



rad proporcionalan
amperzavojima i magnetnom toku

$$N \cdot I = H \cdot l$$

$$d\Phi = S \cdot dB$$

N - broj namotaja svitka

l - duljina svitka (m)

S - presjek magnetne jezgre (m²)

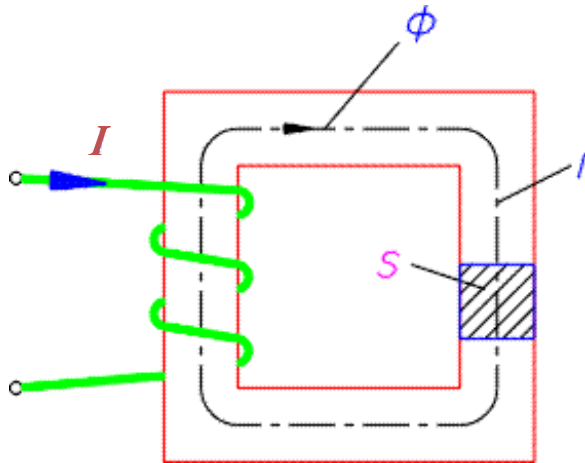
$$A = \int H \cdot dB = \frac{\mu \cdot H^2}{2} = \frac{H \cdot B}{2} \quad (\text{J})$$

utrošeni rad je proporcionalan površini krivulje histereze

utrošeni rad su gubitci zbog trenja molekula pri promjeni magnetne orijentacije molekula

Magnetni krug

- ima ga svaki magnetni izvor



prema slici $\Phi = B \cdot S$ (Vs) uz

$$B = \mu \cdot H \text{ (T)} \quad \text{i} \quad H = \frac{I \cdot N}{l} \text{ (A/m)}$$

slijedi

$$\Phi = \mu \cdot \frac{I \cdot N}{l} \cdot S = \frac{I \cdot N}{\frac{l}{\mu \cdot S}}$$

magnetni krug samo kroz jezgru

analogija s Ohmovim zakonom $I=U/R$ ($I \rightarrow \Phi$)

magnetni otpor $R_M = \frac{l}{\mu \cdot S}$

magnetni napon $V_M = I \cdot N = H \cdot l$

Ohmov zakon za magnetni krug

$$\Phi = \frac{V_M}{R_M}$$

magnetna vodljivost

$$\frac{1}{R_M} = \frac{\mu \cdot S}{l} \text{ (H)}$$

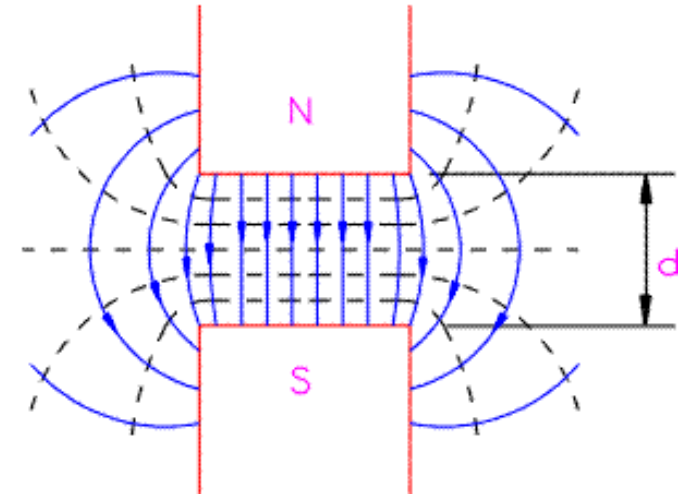
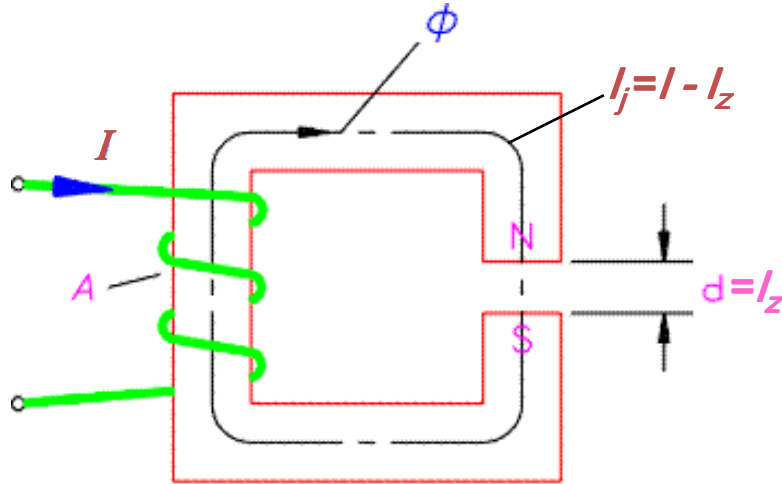
magnetni krug kroz jezgru i zračni raspored

za zračni raspored

$$\Phi_z = \frac{V_{Mz}}{R_{Mz}}$$

uz $B = \mu \cdot H$

$$V_{Mz} = \frac{B_z \cdot I_z}{\mu_0} = \frac{10^7}{4\pi} \cdot B_z \cdot I_z \text{ (Az)}$$



analogno Kirchhoffovim zakonima

$$V_M = \sum_{k=1}^m V_{Mz_k} + \sum_{i=1}^n V_{Mj_i}$$

magnetni napon za više zračnih rasporeda i više jezgri $V_M = \sum V_M = \frac{10^7}{4\pi} \sum_{k=1}^m (B_{z_k} \cdot I_{z_k}) + \sum_{i=1}^n (H_{j_i} \cdot I_{j_i})$

magnetni napon za jedan zračni raspored i više jezgri

$$V_M = \frac{10^7}{4\pi} B_z \cdot I_z + \sum_{i=1}^n (H_{j_i} \cdot I_{j_i}) \text{ (Az)}$$

magnetni napon

$$V_M = I \cdot N$$

za neki R_M (dimenzije i korišteni materijali) te potreban (V_M) \Rightarrow
struja magnetiziranja ili broj zavoja iz

$$I = \frac{V_M}{N} \text{ (A)} \quad \text{ili} \quad N = \frac{V_M}{I}$$

svitak N zavoja, izvor napona U , ??? presjek žice

$$S_v = N \cdot \rho \cdot l_{sr} \cdot \frac{I}{U}$$

ρ - specifični otpor (mm^2/m)

l_{sr} - srednja duljina zavoja (m)

S_v - presjek vodiča (mm^2)

I - struja magnetiziranja (A)

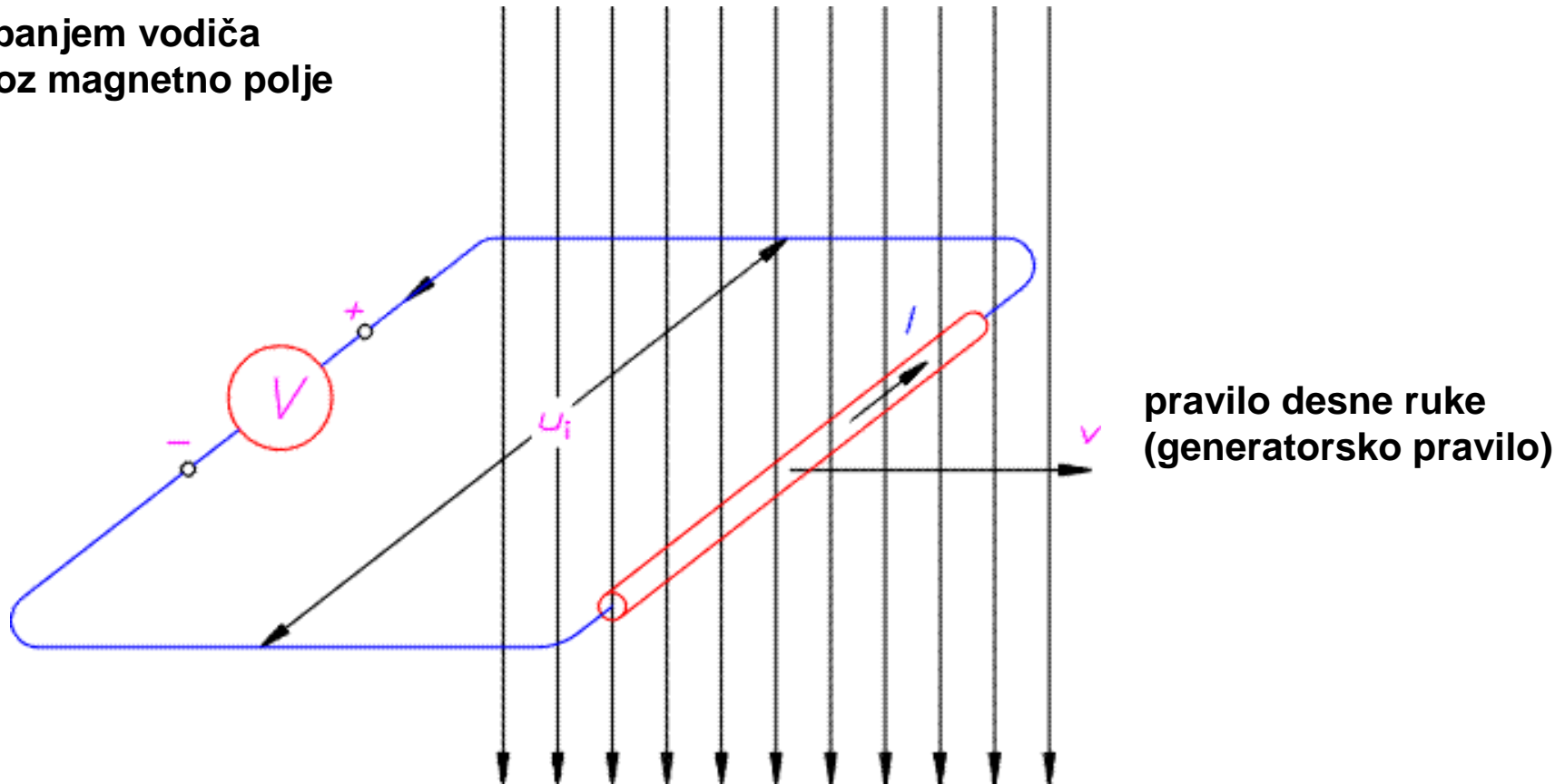
mora biti ispunjeno
zaog izbjegavanja
pregrijavanja svitka

$$\frac{U}{N \cdot \rho \cdot l_{sr}} \leq J_d$$

dozvoljena strujna gustoća

Inducirani napon

gibanjem vodiča
kroz magnetno polje



$$u_i = \frac{d\Phi}{dt}$$

uz

$$d\Phi = B \cdot l \cdot ds$$

i

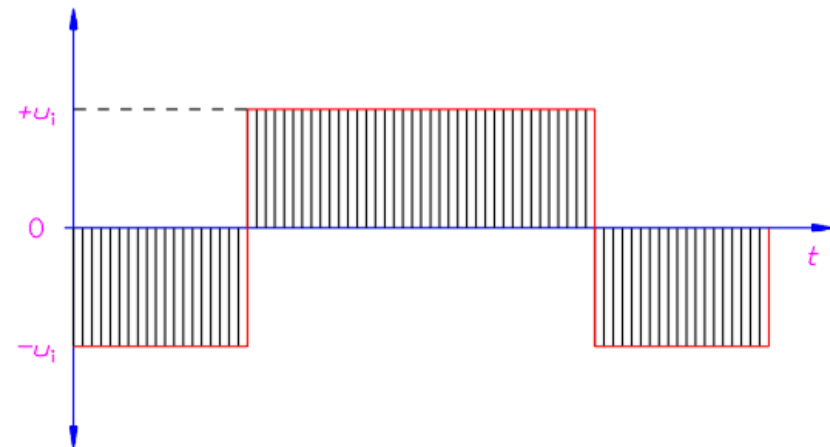
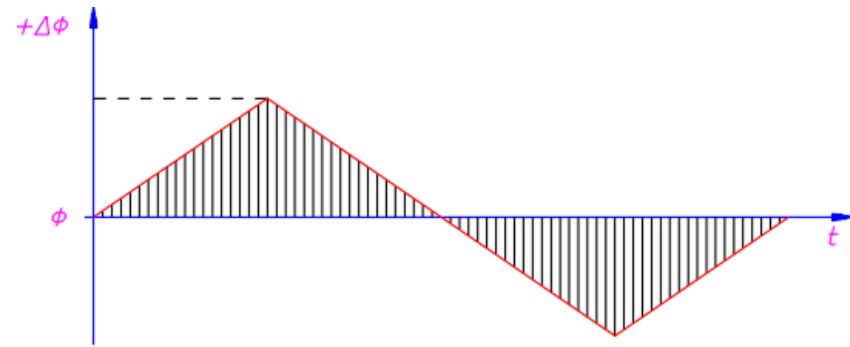
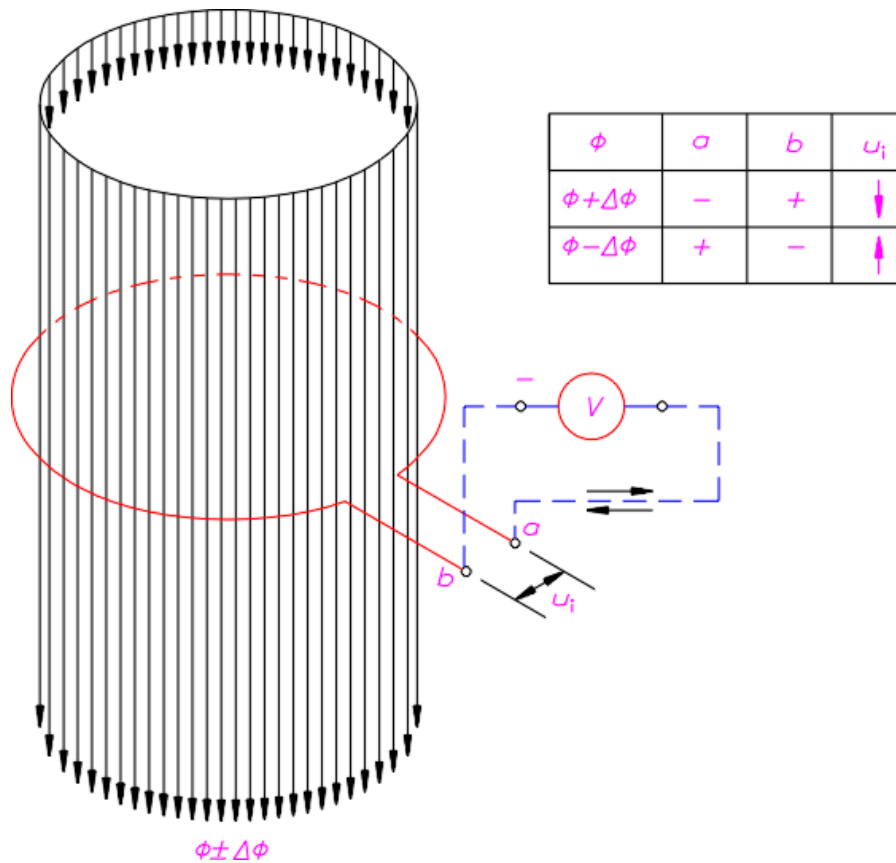
$$ds = v \cdot dt$$

$$U_i = B \cdot l \cdot v$$

za gibanje stalnom brzinom okomito na smjer silnica

Pretvorba mehaničke energije (gibanje) u električnu energiju (tijek elektrona)

Kretanje vodiča brzinom v ili promjena magnetnog toka



$$u_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

za jedan zavoja a za N zavoja:

$$u_i = -N \frac{d\Phi}{dt} \text{ (V)}$$

Samoundukcija i induktivitet

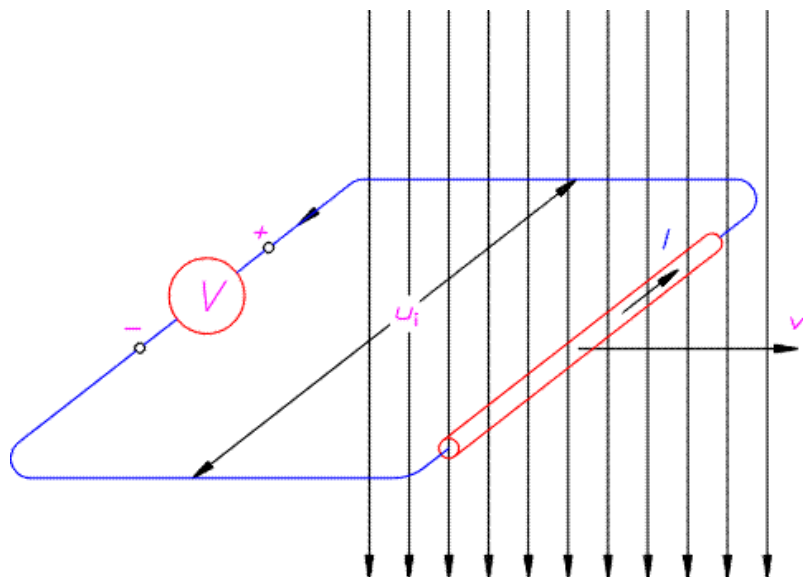
porast I magnetiziranja kroz zavojnicu \Rightarrow porast $\Phi \Rightarrow$ induciranje U (suprotstavljanje) \Rightarrow potiskivanje I magnetiziranja \Rightarrow usporavanje porasta $I \Rightarrow$ smanjenje induciranog $U \Rightarrow$ usporavanje uspostave magnetskog toka = **samoundukcija**

napon samoundukcije $u_{is} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dI} \cdot \frac{dI}{dt}$

a $L = N \cdot \frac{d\Phi}{dI}$ za stacionarno stanje vrijedi $L = N \cdot \frac{\Phi}{I}$ uz $\Phi = \mu \cdot \frac{I \cdot N}{d} \cdot S$

$$L = \mu \cdot \frac{N^2 \cdot S}{d} = \frac{N^2}{R_M} \quad (\text{H})$$

induktivitet (ovisan o geometrijskim svojstvima svitka i magnetskim svojstvima materijala oko kojeg je zavojnica namotana)



utrošeni rad (gibanje vodiča) \Rightarrow induciranje napona

$$dA = u_i \cdot I \cdot dt \quad \text{uz} \quad u_i = B \cdot l \cdot \frac{ds}{dt}$$

$$dA = B \cdot l \cdot \frac{ds}{dt} \cdot I \cdot dt = B \cdot l \cdot I \cdot ds$$

za to potrebna sila $F = \frac{dA}{ds} = B \cdot I \cdot l \quad (\text{N})$

energija magnetnog polja pri samoindukciji

$$dA = U \cdot I \cdot dt = -U_{is} \cdot I \cdot dt = L \cdot I \cdot dI$$

akumulirana energija magnetnog polja

$$A = S \cdot I \cdot \int_0^B H \cdot dB = S \cdot I \cdot \mu \int_0^H H \cdot dH = \frac{S \cdot I \cdot \mu \cdot H^2}{2}$$

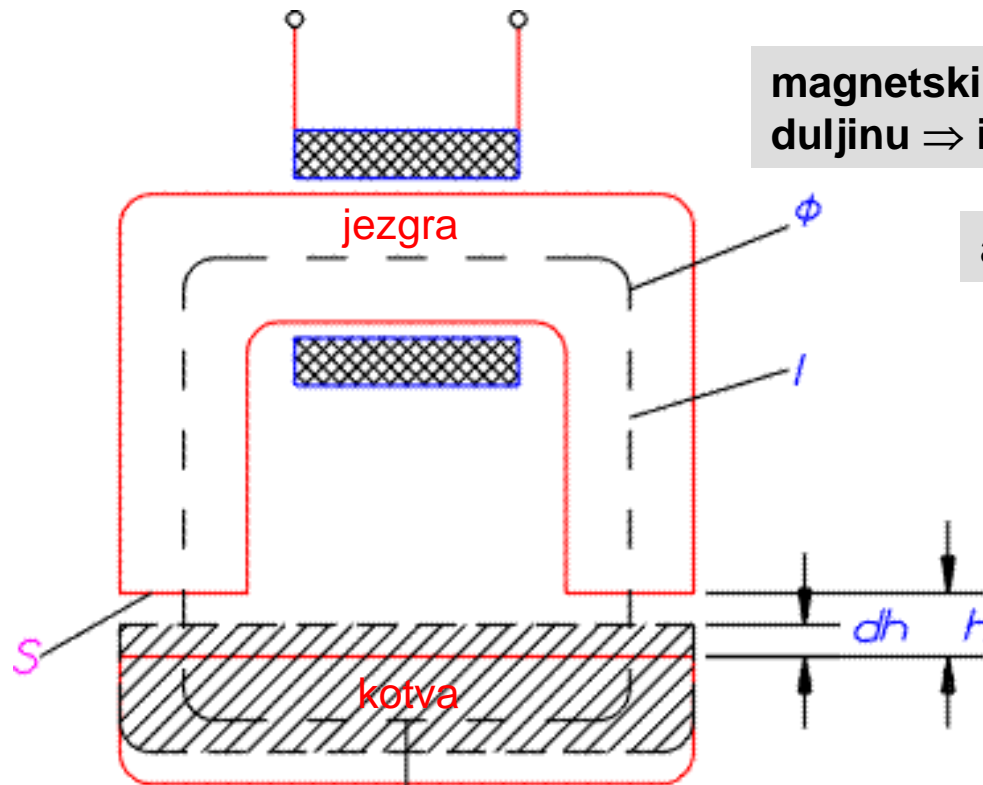
a za jedinični volumen

$$A = \frac{H \cdot B}{2} \quad (\text{AVs}/\text{m}^3), \quad (\text{Ws}/\text{m}^3)$$

Energija uskladištena u magnetnom polju zavojnice

$$W_L = \frac{I^2 \cdot L}{2}$$

Sila privlačenja elektromagneta



magnetski krug nastoji skratiti silnice na najmanju duljinu \Rightarrow izaziva silu \Rightarrow moguć mehanički rad

ako sila primakne kotvu za $dh \Rightarrow$ rad

$$dA = F \cdot dh$$

rad je razlika energija stanja

$$dA = W_1 - W_2$$

energija magnetnog polja za razmak kotve h

energija magnetnog polja za razmak kotve $h-dh$

$$W_1 = 2 \cdot S \cdot dh \int_0^B H \cdot dB = \frac{2 \cdot S \cdot B^2}{2\mu_0} \cdot dh$$

$$W_2 = 2 \cdot S \cdot dh \int_0^B H \cdot dB = \frac{2 \cdot S \cdot B^2}{2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r} \cdot dh$$

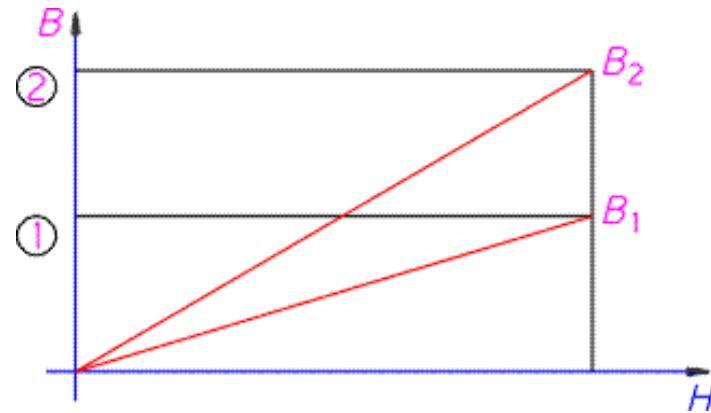
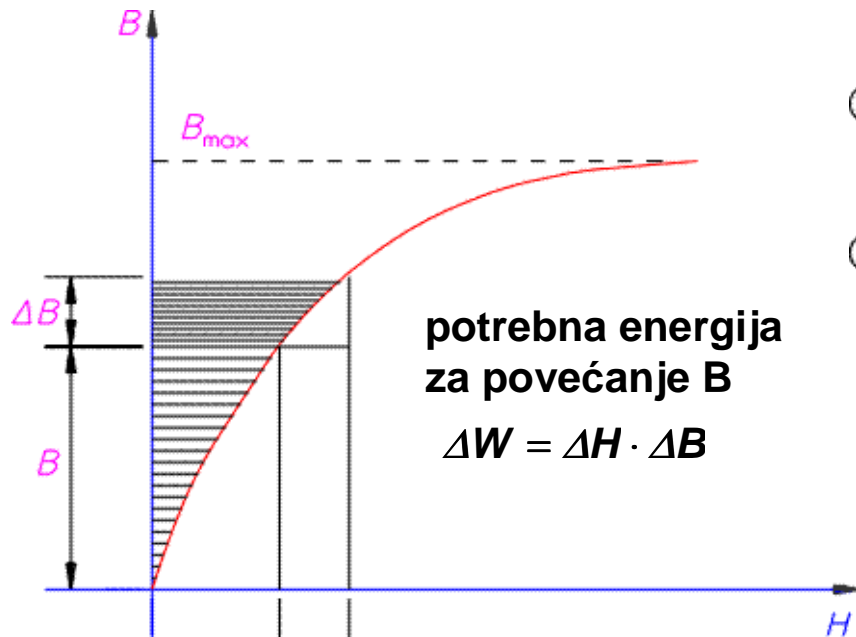
$$F = \frac{W_1 - W_2}{dh} = \frac{S \cdot B^2}{\mu_0} \left(1 - \frac{1}{\mu_r} \right)$$

$$F = \frac{S \cdot B^2}{\mu_0} \left(1 - \frac{1}{\mu_r} \right) \quad \text{za Fe } \mu_r \gg \gg 1 \quad \Rightarrow \quad F = \frac{S \cdot B^2}{\mu_0} \quad (\text{N})$$

S - površina jedne od dviju polovica jezgri u m^2 B - magnetna indukcija u T

$$F = \frac{S_u \cdot B^2}{2 \cdot \mu_0} \quad (\text{N})$$

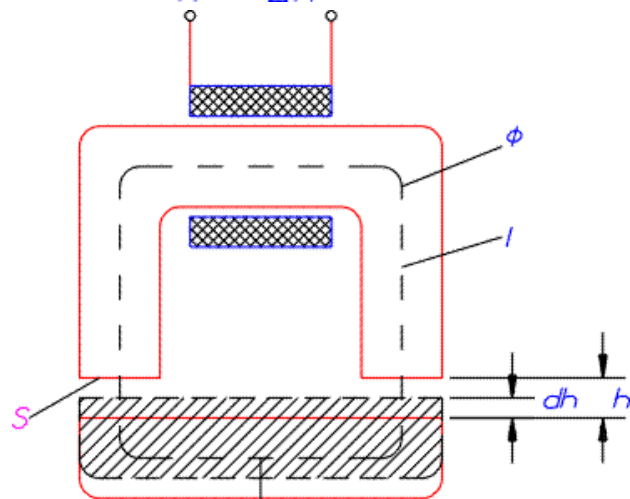
S_u - ukupna površina jezgri u m^2 B - magnetna indukcija u T



energija polja ovisi o B

$$dW = H \cdot dB$$

$$W = \int_0^B H \cdot dB = \frac{1}{\mu_0} \int B \cdot dB = \frac{B^2}{2 \cdot \mu_0}$$



promjena položaja kotve ⇒
 promjena magnetnog otpora

za kotvu na udaljenosti h sila F_1

energija za h

$$W_h = \frac{H \cdot B_1}{2}$$

za kotvu na udaljenosti $h-dh$ sila F_2

energija za $h-dh$

$$W_{h-dh} = \frac{H \cdot B_2}{2}$$

$$B_2 > B_1 \Rightarrow F_2 > F_1$$

za pomak dh rad po jedinici površine je

$$\frac{H}{2} (B_2 - B_1)$$

$$\frac{B^2}{2 \cdot \mu_0}$$

a energija magnetnog polja povećana za